

Höhere Mathematik I.1

Aufgabenkomplex 3: Vektoren und Matrizen

Letzter Abgabetermin: 12. Dezember 2013

(in Übung oder Briefkasten bei Zimmer Rh. Str. 39/712)

Bitte die Arbeiten deutlich mit „Höhere Mathematik I.1, Aufgabenkomplex 3“ kennzeichnen und die Übungsgruppe angeben, in der die Rückgabe erfolgen soll!

Alle Aufgaben sind ohne elektronische Hilfsmittel zu lösen!

1. Sei $\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{x}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 11 \end{pmatrix}$, $\vec{x}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 12 \end{pmatrix}$.

Untersuchen Sie folgende Mengen darauf, ob es sich um lineare Räume handelt:

- $\{\alpha\vec{x}_1 + \beta\vec{x}_2 + \vec{x}_3, \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$,
- $\{\alpha\vec{x}_1 + \beta\vec{x}_2 + \gamma\vec{x}_3, \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}\}$,
- $\{\alpha\vec{x}_1 + \beta\vec{x}_2 + \vec{x}_4, \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$,
- $\{\alpha\vec{x}_1 + \beta\vec{x}_2 + \gamma\vec{x}_4, \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}\}$!

Wenn ja, geben Sie die Dimension und eine Basis an! Was stellen die Mengen geometrisch dar?

- Eine in Richtung der Winkelhalbierenden des IV. Quadranten der x - z -Ebene wirkende Kraft verrichte an einem Körper auf der geraden Strecke vom Punkt $(13, -10, 18)$ zum Punkt $(9, 2, 4)$ eine Arbeit von 141 J, wobei als Längeneinheit cm verwendet wurde. Bestimmen Sie den Betrag der Kraft in kN!
- Wie kann der Winkel zwischen zwei vom Nullvektor verschiedenen Vektoren im Raum \mathbb{R}^n ($n \in \mathbb{N}$) allgemein definiert werden? Welche Werte kann der so definierte Winkel annehmen?
 - Die in a) anzugebende Definition kann auch im \mathbb{R}^1 , d.h. in der Menge der reellen Zahlen, angewendet werden. Begründen Sie, welche Werte der so definierte Winkel zwischen zwei von Null verschiedenen reellen Zahlen annehmen kann!
- Eine Elektronikfirma stellt aus Draht, Spulen und Widerständen Baugruppen B_1 , B_2 und B_3 und aus den Baugruppen und aus Draht Geräte G_1 und G_2 her. Im Einzelnen werden für eine Baugruppe B_1 12 Einheiten Draht, 3 Spulen und 2 Widerstände, für eine Baugruppe B_2 15 Einheiten Draht, 2 Spulen und 4 Widerstände und für eine Baugruppe B_3 10 Einheiten Draht, 2 Spulen und 2 Widerstände benötigt. Für ein Gerät G_1 werden 2 Baugruppen B_1 , eine Baugruppe B_3 und 20 Einheiten Draht benötigt, während für ein Gerät G_2 je eine Baugruppe B_1 , B_2 und B_3 sowie 30 Einheiten Draht benötigt werden.
 - Geben Sie die Aufwandsmatrizen für den Zusammenhang von Ausgangsmaterial und Baugruppen, für den Zusammenhang von Baugruppen und Geräten sowie für den Zusammenhang von Ausgangsmaterial und Geräten an!
 - Ein Kunde bestellt 1000 Geräte G_1 , 800 Geräte G_2 und für Austausch Zwecke 100 Baugruppen B_1 , 20 Baugruppen B_2 und 50 Baugruppen B_3 . Welche Mengen an Ausgangsmaterial werden benötigt?

b.w.

5. A sei eine beliebige Matrix. Mit welcher Matrix B muss man die Matrix A von rechts multiplizieren (d.h. AB berechnen), damit
- die 1. Spalte verdoppelt wird,
 - eine einspaltige Matrix entsteht, deren Komponenten die Summen der Zeilen der Matrix A sind,
 - von der 2. Spalte das Dreifache der 1. Spalte abgezogen wird,
 - die letzte und die vorletzte Spalte vertauscht werden,
 - die Spalten in entgegengesetzter Reihenfolge entstehen, d.h. die letzte Spalte zur 1. Spalte wird usw.?

Wie müsste die Aufgabenstellung geändert werden, um die gleichen Effekte für Zeilen zu erreichen?