

Übung Elementarmathematik im WS 2013/14

Lösung zum 5. Übungsblatt

Differentialrechnung

1. Leiten Sie folgende Ausdrücke ab:

a) $f'(x) = 12x^3 + \frac{20}{3}x^{\frac{2}{3}} - \frac{3}{2x^{\frac{5}{2}}} - \frac{2}{x^3}$

b) $f'(x) = e^x(2x + x^2)$

c) $f'(x) = \frac{-2x}{(x^2 - 1)^2}$

d) $f'(x) = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2}$

e) $f'(x) = 2x \cos(x^2 - 1)$

f) $f'(x) = 6x \sin^2(x^2 - 1) \cos(x^2 - 1)$

g) $f'(x) = b^x \ln b$

h) $f'(x) = bx^{b-1}$

2. Bilden Sie die erste Ableitung:

a) $f(x) = 5x^3 - 2 + 2\sqrt{x^3} - \frac{2}{x^3}, \quad f'(x) = 15x^2 + 3\sqrt{x} + \frac{6}{x^4}$

b) $f(x) = \frac{\cos x}{1 - \sin x}, \quad f'(x) = \frac{1}{1 - \sin x}$

c) $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}, \quad f'(x) = -\frac{2}{(\sin x - \cos x)^2}$

d) $f(x) = \sin^2 \omega x, \quad f'(x) = 2\omega \sin(\omega x) \cos(\omega x)$

Integralrechnung

1. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

a) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + C$

b) $F(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{6}{5}x^{\frac{5}{2}} - 2x - \frac{4}{x} + C$

c) $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{4}{3}x^{-\frac{1}{2}} + C$

d) $F(x) = \frac{1}{44}(4x - 9)^{11} + C$

e) $F(x) = -\frac{1}{3}e^{-3x} + C$

f) $F(x) = -2 \cos\left(\frac{1}{2}x\right) + C$

g) $F(x) = -\frac{1}{9}(5 - 6x)^{\frac{3}{2}}$

h) $F(x) = \frac{1}{2} \tan(2x) + C$

i) $F(x) = \frac{1}{2} \arcsin(2x) + C$

j) $F(x) = \frac{1}{5} \sin^5 x + C$

k) $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2-3} + C$

l) $F(x) = \ln(e^x + 4) + C$

m) $F(x) = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{e^x}{2}\right) + C$

n) $F(x) = (-x^2 + 2) \cos x + 2x \sin(x) + C$

o) $F(x) = x \ln x - x + C, \quad x > 0$

p) $F(x) = \frac{1}{4}[\ln|x-2| - \ln|x+2|] + C$

q) $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 2 \ln|x-1| + C$

2. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

$$\text{a) } 7,2 \quad \text{b) } \frac{665}{12} \quad \text{c) } 1 - \frac{\pi}{4}$$