

Übung Elementarmathematik im WS 2013/14

Lösung zum 2. Übungsblatt

Das Rechnen mit Ungleichungen

1. Für welche  $x \in \mathbb{R}$  gelten die folgenden Ungleichungen:

a)  $-3x + 2 < 4x - 9, \quad x \in \left(\frac{11}{7}, \infty\right),$

b)  $(a - x)b < cx, \quad x \begin{cases} > \frac{ab}{c+b}, & \text{für } c+b > 0, \\ < \frac{ab}{c+b}, & \text{für } c+b < 0, \\ \in \emptyset, & \text{für } c+b = 0, ab \geq 0, \\ \in \mathbb{R}, & \text{für } c+b = 0, ab < 0. \end{cases}$

c)  $\frac{3x-1}{2x+2} > 1 \quad x \in \mathbb{R} \setminus [-1, 3],$

d)  $\frac{x-1}{x+2} \leq 4 \quad x \in \mathbb{R} \setminus (-3, -2].$

2. Für welche  $x \in \mathbb{R}$  ist  $(x-a)(x-b)(x-c)^{-1} > 0$  falls  $a, b, c \in \mathbb{R}$  und  $a > b > c$ ?

$$x \in (a, \infty) \cup (c, b)$$

3. Lösen Sie die Ungleichungen  $x^2 < m$  und  $x^2 > m$  mit  $m \in \mathbb{R}$ .

$$x^2 < m \iff \begin{cases} |x| < \sqrt{m} & \text{für } m > 0, \\ x \in \emptyset & \text{für } m \leq 0, \end{cases} \iff \begin{cases} x \in (-\sqrt{m}, \sqrt{m}) & \text{für } m > 0, \\ x \in \emptyset & \text{für } m \leq 0. \end{cases}$$

$$x^2 > m \iff \begin{cases} |x| > \sqrt{m} & \text{für } m > 0, \\ x \in \mathbb{R} & \text{für } m \leq 0. \end{cases} \iff \begin{cases} x \in \mathbb{R} \setminus [-\sqrt{m}, \sqrt{m}] & \text{für } m > 0, \\ x \in \mathbb{R} & \text{für } m \leq 0. \end{cases}$$

## Das Rechnen mit Beträgen

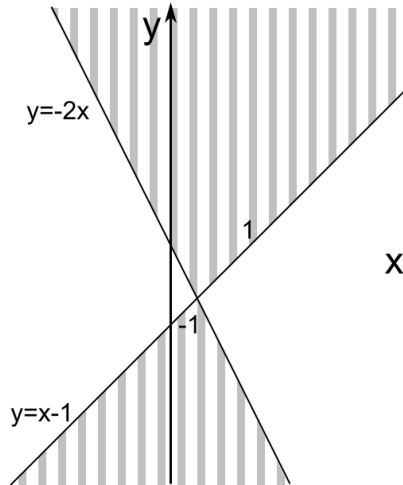
1. Für welche  $x \in \mathbb{R}$  gilt:

- a)  $|x - 2| < 1$ ,  $x \in (1, 3)$ ,  
 b)  $|x + 1| \geq 4$ ,  $x \in \mathbb{R} \setminus (-5, 3)$ ,  
 c)  $|2x + 1| = |x + 1| + 1$ ,  $x \in \{-1, 1\}$ ,  
 d)  $\ln|x + 4| > 1$ ,  $x \in \mathbb{R} \setminus [-e - 4, e - 4]$ .

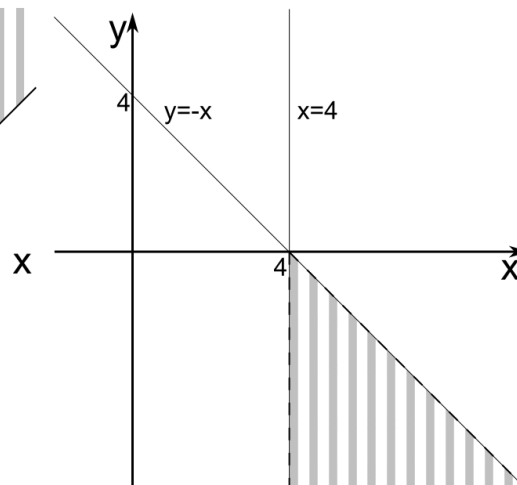
2. Bestimmen Sie die Lösungsmenge folgender Ungleichungen:

- a)  $|x - 2| < |x - 3|$ ,  $x \in \left(-\infty, \frac{5}{2}\right)$ ,  
 b)  $3 < |x + 2| \leq 5$ ,  $x \in [-7, -5) \cup (1, 3]$ ,  
 c)  $|x + 2| + |x - 2| \leq 12$ ,  $x \in [-6, 6]$ ,  
 d)  $||x - 1| + x| + |x| < 3$ ,  $x \in \left(-2, \frac{4}{3}\right)$ ,  
 e)  $|x + 2| - |x| > 1$ ,  $x \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$ ,  
 f)  $||x + 1| - |x - 1|| < 1$ ,  $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ .

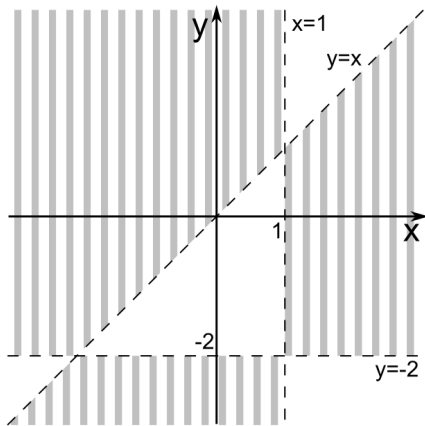
3. Ermitteln Sie die Lösungsmenge  $\mathcal{L}$  folgender Ungleichungen und Ungleichungssysteme in zwei Variablen und stellen Sie  $\mathcal{L}$  in einem  $xy$ -Koordinatensystem dar:



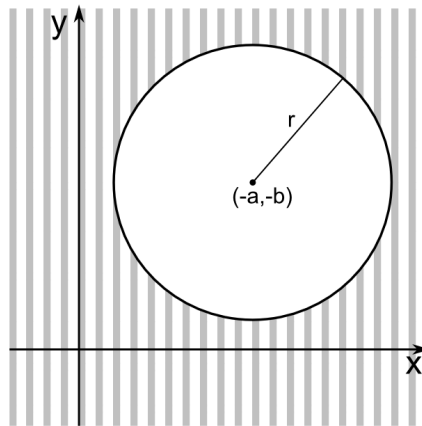
(a)  $(2x + y)(y - x + 1) \geq 0$



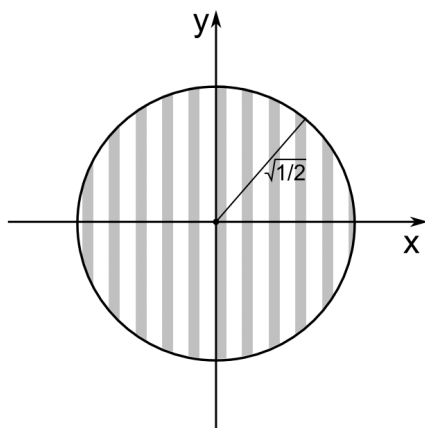
(b)  $x - 2 > 2, x + y < 4$



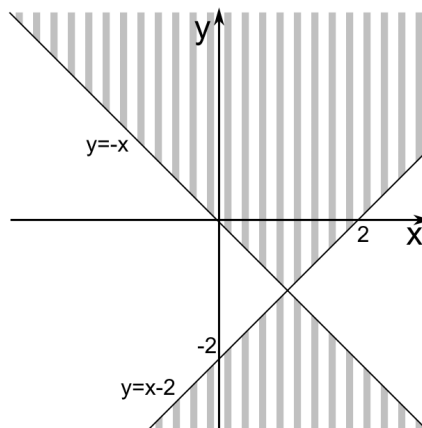
(c)  $\frac{(x-1)(y+2)}{y-x} < 0$



(d)  $(x+a)^2 + (y+b)^2 \geq r^2$



(e)  $|x-y|^2 + |x+y|^2 \leq 1$



(f)  $\frac{|x-1|}{|y+1|} \leq 1$

4. Stellen Sie die Lösungsmenge der Gleichung  $y = 2|x-1| - |x-2|$  grafisch dar.

