

## Übungsblatt 4

### Differentialrechnung

1. Bilden Sie die Ableitungen folgender Ausdrücke dort, wo sie existieren:

a)  $f(x) = x^a$  ( $a \in \mathbb{R}$ ),   b)  $f(x) = x^2 e^x$ ,   c)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ ,

d)  $f(x) = a^x$  ( $a > 0$ ),   e)  $f(x) = \sin(x^2 - 1)$ ,   f)  $f(x) = \frac{\sin(x) + \cos(x)}{\sin(x) - \cos(x)}$ ,

g)  $f(x) = x^3 (x^2 - 1)^3$ ,   h)  $f(x) = e^{x^3} - (e^x)^3$ ,   i)  $f(x) = (2x)^{\sin x}$ .

2. Bei einer zweistufigen reversiblen adiabatischen Gaskompression vom Anfangsdruck  $p_1 > 0$  bis zum Enddruck  $p_2 > p_1$  ist die zu verrichtende Arbeit gegeben durch

$$W(p) = n R T \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 2 + \left( \frac{p_2}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right],$$

wobei  $n, R, T > 0$  und  $\kappa > 1$  sind. Bestimmen Sie  $p$  derart, dass  $W(p)$  möglichst klein wird.

### Integralrechnung

3. Bestimmen Sie folgende unbestimmte Integrale:

a)  $\int x^2 dx$ ,   b)  $\int (4x - 9)^{10} dx$ ,   c)  $\int e^{-3x} dx$ ,   d)  $\int \sin \frac{x}{2} dx$ ,

e)  $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - 4x^2}}$ ,   f)  $\int \frac{e^x}{e^{2x} + 4} dx$ ,   g)  $\int x^2 \sin x dx$ ,   h)  $\int \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 1} dx$ .

4. Bestimmen Sie folgende bestimmte Integrale:

a)  $\int_0^1 (3 - x^2)^2 dx$ ,   b)  $\int_0^1 x (3 - x^2)^5 dx$ ,   c)  $\int_0^1 \frac{x^2}{1 + x^2} dx$ .