

## Übungsblatt 3

### Komplexe Zahlen

1. Stellen Sie folgende komplexe Zahlen in der Polarform (trigonometrischen Form) dar:

a)  $\frac{i-1}{i+1}$ , b)  $\frac{i+1}{i-1}$ , c)  $(1+i)^2$ .

2. Berechnen Sie  $2^{-1000} \left( \frac{1}{1+i} + \frac{1}{1+3i} - \frac{3+2i}{2+i} \right)^{2004}$ .

3. Es sei  $z = \frac{1}{1+i\sqrt{3}}$ . Für welche  $n \in \mathbb{N}$  ist  $z^n$  reell?

4. Es sei  $z = a + bi = r(\cos \varphi + i \sin \varphi) \in \mathbb{C}$ , wobei  $a, b \in \mathbb{R}, r > 0, \varphi \in [0, 2\pi)$ . Bestimmen Sie den Realteil, Imaginärteil, Betrag und das Argument folgender komplexer Zahlen:

a)  $\bar{z}$ , b)  $\bar{z}^{-1}$ , c)  $z^2$ , d)  $iz$ , e)  $z\bar{z}$ .

5. Geben Sie alle komplexen Lösungen folgender Gleichungen in der algebraischen Darstellung an:

a)  $z^3 = 1$ , b)  $z^3 = i$ , c)  $(z - 3i)^6 = -64$ .

6. Drücken Sie  $\cos(n\varphi)$  und  $\sin(n\varphi)$ , wobei  $n \in \mathbb{N}$  und  $\varphi \in \mathbb{R}$ , mittels Potenzen von  $\cos \varphi$  und  $\sin \varphi$  aus.