

Klausurvorbereitung - Teil I

Logik

1. (5 Punkte) Es gelte die Implikation: „Wenn es regnet, ist die Straße nass“. Aus welchen der folgenden Aussagen können aufgrund dieser Implikationen Folgerungen gezogen werden, wenn ja, welche?
- a) Es regnet.
 - b) Es regnet nicht.
 - c) Die Straße ist nass.
 - d) Die Straße ist trocken.
 - e) Überall in der Stadt regnet es.
 - f) Nirgends in der Stadt regnet es.
 - g) Über einigen Straßen der Stadt regnet es, über einigen nicht.
 - h) Alle Straßen der Stadt sind nass.
 - i) Alle Straßen der Stadt sind trocken.
 - j) Einige Straßen der Stadt sind nass, einige trocken.

Lösung:

- a) Folgerung: Die Straße ist nass.
 - b) Keine Folgerung möglich.
 - c) Keine Folgerung möglich.
 - d) Folgerung: Es regnet nicht.
 - e) Folgerung: Alle Straßen der Stadt sind nass.
 - f) Keine Folgerung möglich.
 - g) Folgerung: Einige Straßen der Stadt sind nass.
 - h) Keine Folgerung möglich.
 - i) Folgerung: Überall in der Stadt regnet es nicht.
 - j) Folgerung: Über einigen Straßen der Stadt regnet es nicht.
2. (5 Punkte) Einige Krankenschwestern sind teilzeitbeschäftigt. Krankenschwestern, die Nachtdienst haben, haben immer eine volle Stelle. Begründen Sie mit den Regeln der mathematischen Logik, welche der folgenden Schlussfolgerungen wahr bzw. falsch sind:
- a) Krankenschwestern mit einer vollen Stelle haben auch Nachtdienst.
 - b) Krankenschwestern haben dann und nur dann Nachtdienst, wenn Sie eine volle Stelle haben.
 - c) Es gibt einige Krankenschwestern, die nachts nicht arbeiten.

Lösung:

- a) Falsch, da die Umkehrung nicht gilt.
- b) Falsch, da die gegebene Aussage die Aussage a) beinhalten.
- c) Wahr, da es Schwestern gibt, die keine volle Stellen haben, gibt es nach der Kontraposition Krankenschwestern, die keinen Nachtdienst haben.

3. (5 Punkte) Betrachtet wird eine Studentengruppe. Einige Studenten haben einen Seminarschein bekommen, einige nicht. Alle Studenten, die einen Seminarschein bekommen haben, haben an mindestens 10 Seminaren teilgenommen und mindestens einen Vortrag gehalten. Welche der folgenden Schlussfolgerungen können aus diesen Aussagen gezogen werden:

- a) Alle Studenten, die mindestens an 10 Seminaren teilgenommen und mindestens einen Vortrag gehalten haben, haben einen Seminarschein bekommen.
- b) Alle Studenten, die an weniger als 10 Seminaren teilgenommen oder keinen Vortrag gehalten haben, haben keinen Seminarschein bekommen.
- c) Alle Studenten, die an weniger als 10 Seminaren teilgenommen und keinen Vortrag gehalten haben, haben keinen Seminarschein bekommen.
- d) Es gibt einen Studenten, der an mindestens 10 Seminaren teilgenommen hat.
- e) Es gibt einen Studenten, der an weniger als 10 Seminaren teilgenommen hat.

Lösung:

- a) Nein b) Ja c) Ja d) Ja e) Nein

4. (4 Punkte) Bei der Sächsischen Landesgartenschau betragen die Eintrittspreise für Tages-Einzelbesucher 13 €, bei Anreise mit PNV 11 €. Vergünstigungen gibt es für „Begünstigte“, für die der Preis generell 10 €, sowie für Kinder, Jugendliche und Studenten, für die der Preis generell 3 € beträgt. Für Kinder unter 6 Jahre muss kein Eintritt bezahlt werden. Stellen Sie durch Verknüpfung der Aussagen

b : Besucher ist „Begünstigter“ j : Besucher ist Kind, Jugendlicher oder Student

k : Besucher ist Kind unter 6 Jahren o : Besucher ist mit PNV angereist

mit den Junktoren \neg , \vee und \wedge dar, in welchen Fällen der Eintrittspreis für Tages-Einzelbesucher 13 €, sowie in welchen Fällen 11 € beträgt!

Lösung:

13 €: $\neg b \wedge \neg j \wedge \neg k \wedge \neg o$ ($\iff \neg(b \vee j \vee k \vee o)$)

11 €: $\neg b \wedge \neg j \wedge \neg k \wedge o$ ($\iff \neg(b \vee j \vee k) \wedge o$)

5. (5 Punkte) Bestimmen Sie den Wahrheitswert des Ausdrucks

$$p \wedge [(p \Rightarrow q) \iff (\neg q \Rightarrow \neg p)]$$

in Abhängigkeit von den Wahrheitswerten von p und q und vereinfachen Sie den Ausdruck!

Lösung:

p	q	$p \wedge [(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)]$
W	W	W
W	F	W
F	W	F
F	F	F

Vereinfachung: $p \wedge [(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)] \Leftrightarrow p$

Umrechnungen

6. (3 Punkte) Rechnen Sie folgende Werte um!

- a) 0,5 hl/s in m³/h
- b) 30 yd/s in km/h
- c) 0,05 lb/in² in kg/m²

Lösung:

a) $0,5 \frac{\text{hl}}{\text{s}} = 180 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ b) $30 \frac{\text{yd}}{\text{s}} = 98,7552 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ c) $0,05 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \approx 35,15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$

7. (3 Punkte) Der Body-Mass-Index berechnet sich als $\text{BMI} = \frac{\text{Körpergewicht}}{(\text{Körpergröße})^2}$.

Im angelsächsischen Raum erhält man bei Verwendung der traditionellen Maßeinheiten Pfund (lb) und Zoll (in) einen Wert in lb/in². Um die in gängigen Tabellen in kg/m² angegebenen Normwerte des BMI verwenden zu können, müssen die Zahlenwerte von lb/in² durch Multiplikation mit einem Faktor C in kg/m² umgerechnet werden.

C ist einer der Werte 0,00142; 0,142; 7,03 oder 703. Begründen Sie anhand der Umrechnungsfaktoren 1 in = 2,54 cm, 1 lb \approx 453,6 g, welcher der angegebenen Werte für C richtig ist!

Lösung:

$C = 703$

Gleichungen und Ungleichungen

8. (6 Punkte) Für welche reellen Zahlen x gilt $\frac{2|x|}{x+3} \leq 1$?

Lösung:

$x \in (-\infty, -3) \cup [-1, 3]$

9. (7 Punkte) Lösen Sie unter Verwendung der Implikation $a = b \implies a^2 = b^2$ die Gleichung $\sqrt{30-x} - \sqrt{x-4} = 4$!

Lösung:

$x = 5$