

## 7. Übung – Reelle, lineare Gleichungssysteme (Gauß'scher Algorithmus)

---

1. Lösen Sie folgende homogene Gleichungssysteme mit Hilfe des Gauß'schen Algorithmus. Bestimmen Sie eine Basis von  $\ker A$  und im  $A$ , wenn  $A$  die Koeffizientenmatrix der Gleichungssysteme bezeichnet:

$$a) \quad \begin{array}{l} x_1 + x_2 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 = 0 \end{array} \quad b) \quad \begin{array}{l} x_1 + x_2 = 0 \\ 2x_1 + x_2 = 0 \end{array} \quad c) \quad x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$d) \quad \begin{array}{l} -2x + 4y + z = 0 \\ 3x + y - z = 0 \\ x + 2z = 0 \end{array} \quad \mathbf{HA:} \quad e) \quad \begin{array}{l} x + y - z = 0 \\ x - y + 2z = 0 \\ 3x - y + 3z = 0 \\ x + 3y - 4z = 0 \end{array} \quad f) \quad \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_3 = 0 \end{array}$$

$$g) \quad \begin{array}{l} x - y + z = 0 \\ x + y - 5z = 0 \\ x - 3z = 0 \\ y - 2z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{array} \quad \mathbf{HA:} \quad h) \quad \begin{array}{l} x - y + z - w = 0 \\ x + y - u + v = 0 \\ y + z + v - w = 0 \end{array} \quad \mathbf{HA:} \quad i) \quad \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{array}$$

2. Man bestimme die Lösungen folgender Gleichungssysteme in Abhängigkeit von  $\lambda$ :

$$a) \quad \begin{array}{l} x + y + \lambda z = 0 \\ x - \lambda y + z = 0 \\ \lambda x - y + z = 0 \end{array} \quad b) \quad \begin{pmatrix} 2 & -9 & 7 \\ -1 & 2 & -2 \\ 6 & 13 & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3. Lösen Sie folgende inhomogene Gleichungssysteme mit Hilfe des Gauß'schen Algorithmus

$$a) \quad \begin{array}{l} 3x_1 + 2x_2 = 8 \\ 15x_1 + 10x_2 = 40 \end{array} \quad b) \quad \begin{array}{l} 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 6 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -1 \end{array}$$

$$c) \quad \begin{array}{l} 2x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ 6x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 1 \\ 4x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 2 \end{array} \quad \mathbf{HA:} \quad d) \quad \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ 2x - y + z = 0 \\ 5x - y + 3z = 1 \\ x - 2y = -1 \end{array}$$

$$e) \quad \begin{array}{l} x + y - z = 1 \\ x - y + 2z = 2 \\ 3x - y + 3z = \lambda \end{array} \quad \mathbf{HA:} \quad f) \quad \begin{array}{l} x + y + \lambda z = 1 \\ x + \lambda y + z = 1 \\ \lambda x + y + z = 1 \end{array}$$

(bei e) und f) Aufgabenstellung wie in Aufgabe 2.)

$$\mathbf{HA:} \quad g) \quad \begin{array}{l} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 - x_4 - 2x_5 = 8 \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 3 \end{array} \quad h) \quad \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_4 + 2x_6 = 2 \\ x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 2 \\ x_4 - x_5 + x_6 = 1 \end{array}$$