

Mathematik für Informatiker

1. Übung – Wiederholung: Elementarmathematik

1. Dividieren Sie:

a) $(21a^3 - 34a^2b + 25b^3) : (7a + 5b)$ b) $(9x^3 + 2y^3 - 7xy^2) : (3x - 2y)$

2. Vereinfachen Sie:

a) $\frac{16 - 49m^2}{16 - 28m}$ b) $\frac{x^2 - 4y^2}{x^2 - 4xy + 4y^2}$ c) $\frac{a}{a^2 - 2ab + b^2} - \frac{a}{a^2 - b^2} + \frac{1}{a + b}$

d) $\frac{\frac{a+1}{a-1} - 1}{\frac{a+1}{a-1} + 1}$ **HA:** e) $\frac{\frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{y^2} - (\frac{1}{x})^2}$ f) $(a^{-x})^{-2y}$ **HA:** g) $(-a^{-3})^{2n}$ ($n \in \mathbb{N}$)

h) $\left(\frac{b^{-5}x^2}{a^{-6}y^{-4}}\right)^4 \cdot \left(\frac{a^4b^{-3}}{x^{-1}y^{-2}}\right)^{-6}$ **HA:** i) $a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{2}{3}}$ j) $a^{\frac{5}{3}} : a^{\frac{2}{5}}$

k) $\sqrt[5]{a^2b^2} \sqrt[3]{ab^4} ab^{-1}$ l) $\sqrt[3]{a\sqrt{b}}$ **HA:** m) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$

3. Geben Sie zu folgenden Ausdrücken die quadratische Ergänzung an

a) $x^2 + 6x$ b) $z^2 - \frac{10}{7}z$ c) $\frac{16}{49}t^2 - \frac{16}{21}t$

4. Überprüfen Sie die Richtigkeit folgender Gleichungen

a) $\frac{\sqrt[n]{a^{2n-3}} \cdot (\sqrt[n]{a})^{n+7}}{\sqrt[n]{a^4}} = a^3$ b) $\frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a^4-x^4}}(a^2+x^2)^{\frac{1}{2}} = (a-x)^{-\frac{1}{2}}$

c) $0,5^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = 64^{-1}$

5. Machen Sie den Nenner rational:

a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ **HA:** b) $\frac{1}{\sqrt{3+2}}$ c) $\frac{1}{2\sqrt{7+\sqrt{5}}}$

6. Verwenden Sie die Beziehungen

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$, $\cos \frac{\pi}{2} = 0$, $\sin \frac{\pi}{2} = 1$,
 $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$, um zu zeigen, daß

a) $\sin(\alpha \pm \frac{\pi}{2}) = \pm \cos \alpha$

b) $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$

c) $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$

HA: d) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

HA: e) $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

f) $2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$

7. Lösen Sie folgende Gleichungen bzw. Gleichungssysteme

- a) $\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} = 12$
- b) $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$
- c) $\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} = 5$
- d) $\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = a$
 $\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = b$
- e) $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$

Zusatz: f) $\lg(3^{\sqrt{4x+1}} - 2^{4-\sqrt{4x+1}}) - 2 = \frac{1}{4} \lg 16 - \sqrt{x+0.25} \lg 4$

8. Man löse folgende Ungleichungen

- (a) $3^{4x^2-7x-14} \geq 9^{x^2-3x-4}$
- (b) $2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}$
- (c) $\sqrt{x+3} > \sqrt{x-9} + \sqrt{5-x}$
- (d) $\sqrt{2+x-x^2} > x-4$