

## 6. Übung – Substitutionen, Potenzreihenansatz, sukzessive Approximation, Erniedrigung der Ordnung

---

1. Lösen Sie folgende Differentialgleichungen

(a)  $y' = (x - y)^2 + 1$   $y(1) = -1$ ,      (b) **(HA)**  $y' = (x - y + 3)^2$ ,  $y(1) = 1$ ,

(c) **(HA)**  $y' = \cos(y - x)$ ,      (d)  $y' = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$ ,

(e) **(HA)**  $y' = \frac{x+y}{x-y}$ ,      (f) **(HA)**  $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}$ .

2. Lösen Sie die Differentialgleichung  $y' = \frac{y^2}{x^2} - 6$  unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen

(a)  $y(1) = -3$ ,      (b)  $y(1) = -2$ .

3. Gesucht sind die Lösungen der Differentialgleichung  $y = xy' - \sqrt{x^2 + y^2}$ . Veranschaulichen Sie diese in der  $x - y$ -Ebene.

4. Löse das Anfangswertproblem  $y' = x + y$ ,  $y(0) = 1$

(a) mit Produktansatz,

(b) **(HA)** mit Variation der Konstanten,

(c) mit Potenzreihenansatz,

(d) **(HA)** mit integrierendem Faktor,

(e) mit sukzessiver Approximation. Zeige, dass die Folge der Näherungslösungen gegen die unter (a) bzw. (b) ermittelte Lösung konvergiert.

5. Lösen Sie durch Erniedrigung der Ordnung

(a)  $y'' = 2y'^2$ ,      (b)  $xy'' + y' = 1$ ,      (c) **(HA)**  $xy'' + y' = x^2$ ,

(d)  $yy'' = y'^2$       **(Z)**  $xy^{(4)} + y''' = e^x$

6. Suchen Sie für die Differentialgleichung

$$(x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = 0$$

eine Lösung  $y_1$ , und erniedrigen Sie die Ordnung durch den Ansatz  $y = y_1 u$ .

7. Lösen Sie folgende Anfangswertaufgaben näherungsweise durch sukzessive Approximation, indem Sie 3 Glieder  $y_0, y_1, y_2$  angeben:

(a)  $y' = x - y^2$ ,  $y(0) = 0$ ,

(b) **(HA)**  $y' = y^2 + 3x^2 - 1$ ,  $y(1) = 1$ ,

(c) **(HA)**  $y' = y + e^{y-1}$ ,  $y(0) = 1$ .

8. **(HA)** Lösen Sie die Aufgabe 7 (a) mit Potenzreihenansatz!

**bitte wenden**

## 6. Hausaufgabe

---

Lösen Sie folgende Aufgaben der 6. Übung

1. (b), (c), (e), (f)
4. (b), (d)
5. (c)
7. (b), (c)
- 8.