

Klausur Theoretische Informatik I WS 2007/2008

Studiengang Wirtschaftsinformatik

Aufgabe 1

(2+2+3 Punkte)

Wir betrachten gerichtete Graphen $G = (V, E)$ mit $V = \{1, \dots, n\}$.

- (a) Wieviele *einfache* Wege $1 \rightsquigarrow 2$ der Länge 3 (d. h. mit genau drei Kanten) gibt es in G maximal?
- (b) Erläutern Sie, was eine Kreuzkante ist und geben Sie ein Beispiel an.
- (c) Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussage.

Ist G kreisfrei, dann gilt nach *jeder* Tiefensuche: Der Knoten mit der größten Beendezeit hat Eingangsgrad 0.

Aufgabe 2

(2+2 Punkte)

Wir betrachten ungerichtete Graphen $G = (V, E)$ mit $V = \{1, \dots, n\}$.

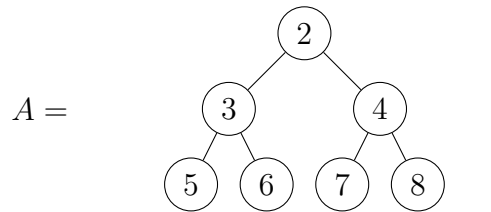
- (a) Wieviele 2-Färbungen kann G maximal haben? Betrachten Sie dazu den Graphen ohne Kanten: $G = (V, \emptyset)$.
- (b) Sei $V_1 \subseteq V$ beliebig und $V_2 = V \setminus V_1$. Bei wievielen Graphen entspricht V_1, V_2 einer gültigen 2-Färbung?

Aufgabe 3

(2+3+3+2 Punkte)

Wir betrachten einen Heap mit n Zahlen, bei dem die kleinste Zahl an der obersten Stelle steht.

- (a) Zeigen Sie, wie das Element 1 in den Beispielheap $A = [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]$, also



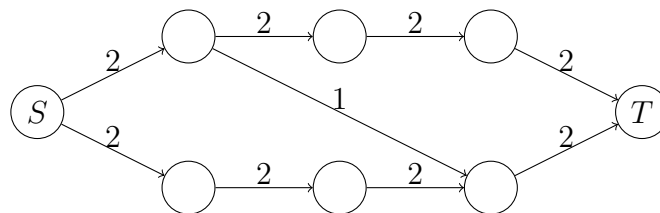
eingefügt wird.

- (b) Erläutern Sie Heapsort und seine Laufzeit.
- (c) Wir betrachten den Linearzeitalgorithmus, der ein Feld mit n (unsortierten) Zahlen in einen korrekten Heap umwandelt. Demonstrieren Sie das Verfahren schrittweise anhand des Feldes $A = [7, 6, 5, 4, 3, 2, 1]$.
- (d) Welche Laufzeit hat HeapSort, wenn Sie das Verfahren aus c) zum Heapaufbau benutzen?

Aufgabe 4

(2+4 Punkte)

- (a) Welche Laufzeit hat der Flussalgorithmus von Edmonds/Karp?
- (b) Bestimmen Sie den maximalen Fluss von S nach T in folgendem Graphen mithilfe von Edmonds/Karp. Geben Sie nach jeder Flussvergrößerung das Restnetzwerk an.



Aufgabe 5

(2+2+3 Punkte)

Gegeben seien die Wörter w_1, \dots, w_n in alphabetischer Reihenfolge, sowie deren Zugriffswahrscheinlichkeiten p_1, \dots, p_n . Wir wollen einen optimalen statischen binären Suchbaum für diese Wörter finden.

- (a) Wie lange braucht man, um das Problem mit dynamischer Programmierung zu lösen?
- (b) Der Algorithmus füllt eine Tabelle T aus. Welche inhaltliche Bedeutung hat der Eintrag $T[i, j]$?
- (c) Geben Sie die Formel an, nach der sich die Einträge $T[i, j]$ berechnen.

Aufgabe 6

(2+3+2 Punkte)

Gegeben sei ein gewichteter, gerichteter Graph mit den Knoten $V = \{1, \dots, n\}$. Wir wollen den kürzesten Weg von 1 nach n bestimmen.

- (a) Welche Einschränkung stellt Dijkstras Algorithmus an die Kantengewichte?
- (b) Geben Sie ein einfaches Beispiel an, das zeigt, warum diese Einschränkung nötig ist.
- (c) In welcher Laufzeit können Sie das Problem lösen, wenn die Kantengewichte in keiner Weise eingeschränkt sind?