

Wiederholungsklausur Theoretische Informatik I WS 2007/2008

Studiengang Informatik/Mathematik

Aufgabe 1

(2+2 Punkte)

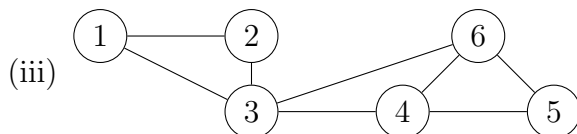
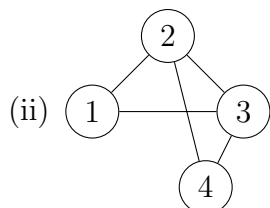
Wir betrachten ungerichtete Graphen $G = (V, E)$. Zeigen Sie:

- (a) Es gibt zwei Knoten mit dem gleichen Grad (=Anzahl der Nachbarn).
- (b) Die Summe aller Grade ist gerade.

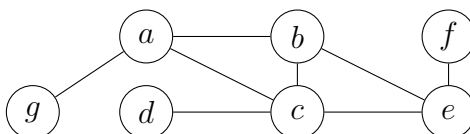
Aufgabe 2

(3+3+6 Punkte)

- (a) Welche der folgenden Graphen sind zweifach zusammenhängend? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.



- (b) Woran erkennen Sie (mithilfe des low-Wertes), ob ein Knoten ein Artikulationspunkt ist?
- (c) Demonstrieren Sie den Algorithmus zur Bestimmung der zweifachen Zusammenhangskomponenten an folgendem Graphen. Die Adjazenzlisten sind alphabetisch geordnet. Beginnen Sie den Algorithmus bei Knoten a .



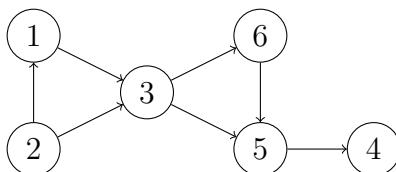
- (i) Geben Sie low-Wert, Entdeck- und Beendezeit für jeden Knoten an.
- (ii) Welche Knoten sind Artikulationspunkte?
- (iii) Geben Sie die gefundenen zweifachen Zusammenhangskomponenten an.

Aufgabe 3

(3+3 Punkte)

Wir betrachten den Algorithmus zum topologischen Sortieren, der sukzessive Knoten entfernt.

- (a) Demonstrieren Sie ihn schrittweise an folgendem Graphen.



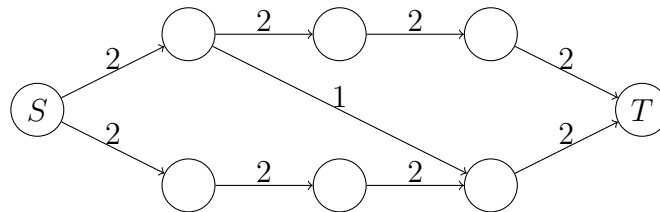
Geben Sie nach jedem Schritt den Restgraphen an.

- (b) Ist folgende Aussage wahr oder falsch? Begründen Sie kurz.
 „Falls der Algorithmus stoppt, bevor der Restgraph leer ist, liegen alle verbleibenden Knoten auf (mindestens) einem Kreis.“

Aufgabe 4

(2+4 Punkte)

- (a) Welche Laufzeit hat der Flussalgorithmus von Edmonds/Karp?
- (b) Bestimmen Sie den maximalen Fluss von S nach T in folgendem Graphen mithilfe von Edmonds/Karp. Geben Sie nach jeder Flussvergrößerung das Restnetzwerk an.

**Aufgabe 5**

(3+3 Punkte)

Wir betrachten den Algorithmus von Floyd/Warshall zum Finden kürzester Wege. Die Eingabe ist die Gewichtsmatrix A . Das Fehlen einer Kante ist in A durch ∞ gekennzeichnet.

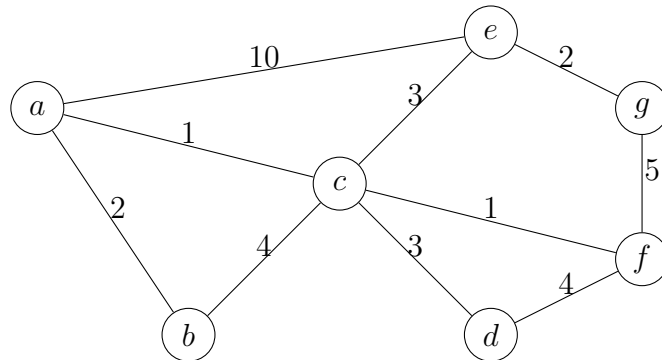
- (a) Geben Sie den Algorithmus an.
- (b) Welcher Wert steht nach dem k -ten Durchlauf der äußersten Schleife im Eintrag $A[i, j]$?

Aufgabe 6

(3+4 Punkte)

Wir betrachten den Algorithmus von Kruskal, wobei die Kanten aufsteigend nach Gewicht sortiert sind.

- (a) Wenden Sie den Algorithmus auf folgenden Graphen an.



Geben Sie den Spannwald nach jeder eingefügten Kante an.

- (b) Wir betrachten die Union-Find-Datenstruktur, wo die einzelnen Mengen der Partition durch (zur Wurzel hin) gerichtete Bäume dargestellt werden.

Welche Laufzeit hat Kruskal bei bzw. ohne Verwendung von Union-by-Size? Beachten Sie, dass die Kanten vorsortiert sind.

Aufgabe 7

(2+3+2 Punkte)

Wir betrachten den TSP-Algorithmus mit dynamischer Programmierung.

- (a) Welche Bedeutung haben die Tabelleneinträge $T[S, v]$?
- (b) Geben Sie eine rekursive Berechnungsformel für die Einträge an.
- (c) Welche Laufzeit hat der Algorithmus? Begründen Sie kurz.