Übersicht der Vorlesung

1. Einführung
2. Bildverarbeitung
3. Morphologische Operationen
4. Bildsegmentierung
5. Merkmale von Objekten
6. Klassifikation
7. Dreidimensionale Bildinterpretation
8. Bewegungsanalyse aus Bildfolgen
9. PCA (Hauptkomponentenanalyse)
10. ICA (Independent Component Analysis – Unabhängigkeitsanalyse)

3 Morphologische Operationen

Bezeichnungen

$$Z^n = \underbrace{Z \times Z \times Z \times \cdots \times Z}_{n\text{ - mal}}$$

Z - Menge der ganzen Zahlen

Wir betrachten zunächst nur Binärbilder $\longrightarrow$ $n = 2$

$\Updownarrow$

$$X \subseteq Z^2$$

Ortskoordinaten der 1-Werte

Bezeichnungen

$X \subseteq Z^n$ $\qquad h \in Z^n$

$X_h = \{d \in Z^n : \exists x \in X \text{ mit } d = x + h\}$ Verschiebung um h

$\tilde{X} = \{-x : x \in X\}$ Spiegelung am Punkt (0,0)

$X^C = Z^n \setminus X$

3. Morphologische Operationen

3.1 Dilation

3.2 Erosion

3.3 Opening und Closing

3.4 Anwendungen

3.5 Morphologische Operationen für Grauwertbilder

3.1 Dilation

Dilation

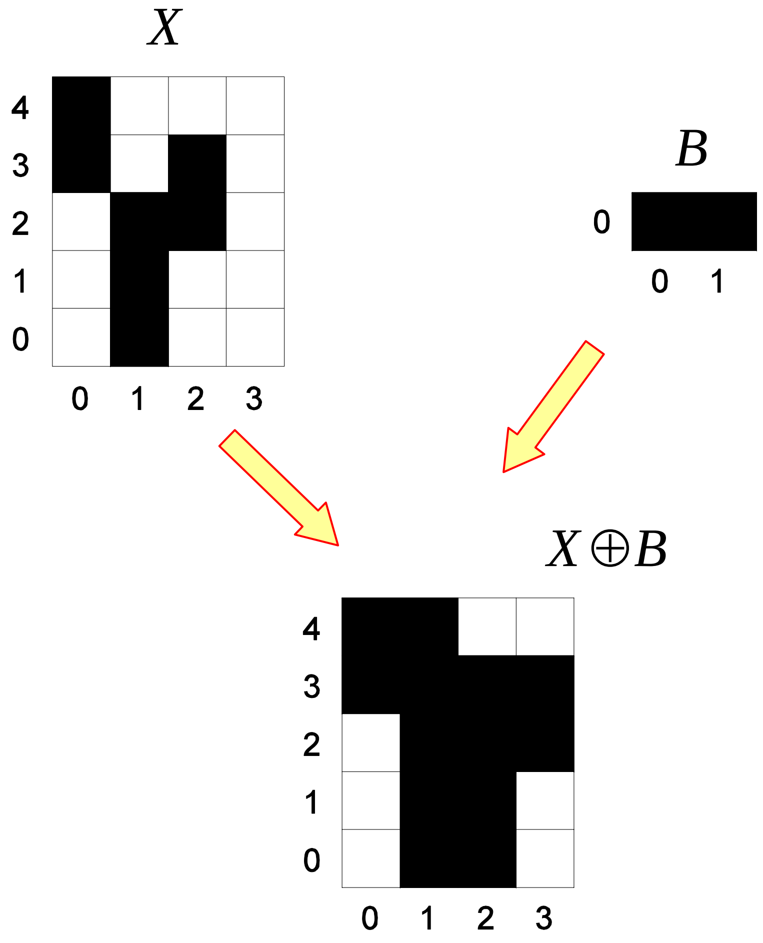
$X, B \subseteq Z^n$

$$\boxed{X \oplus B = \left\{ d \in Z^n : \exists x \in X, \exists b \in B \text{ mit } d = x + b \right\}}$$

Bild

Strukturelement (wesentlich kleiner als *X*)

Beispiel 1



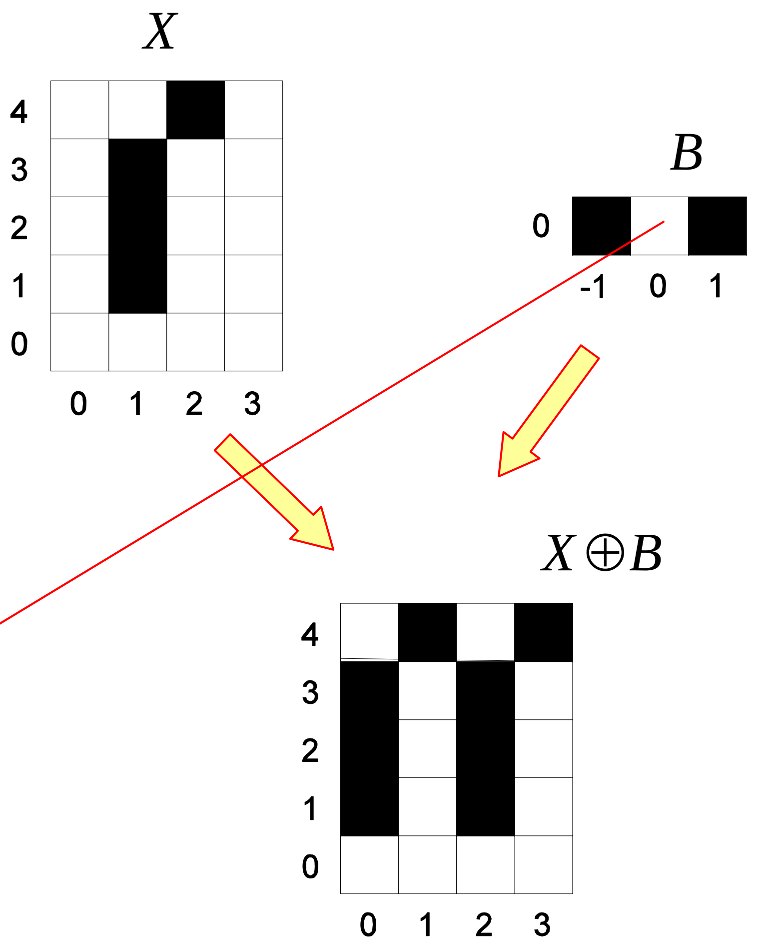
$$X = \{(0,1),(1,1),(2,1),(2,2),(3,0),(3,2),(4,0)\}$$
$$B = \{(0,0),(0,1)\}$$

$$X \oplus B = \{(0,1),(0,2),(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),$$
$$(2,3),(3,0),(3,1),(3,2),(3,3),(4,0),(4,1)\}$$

Beispiel 2

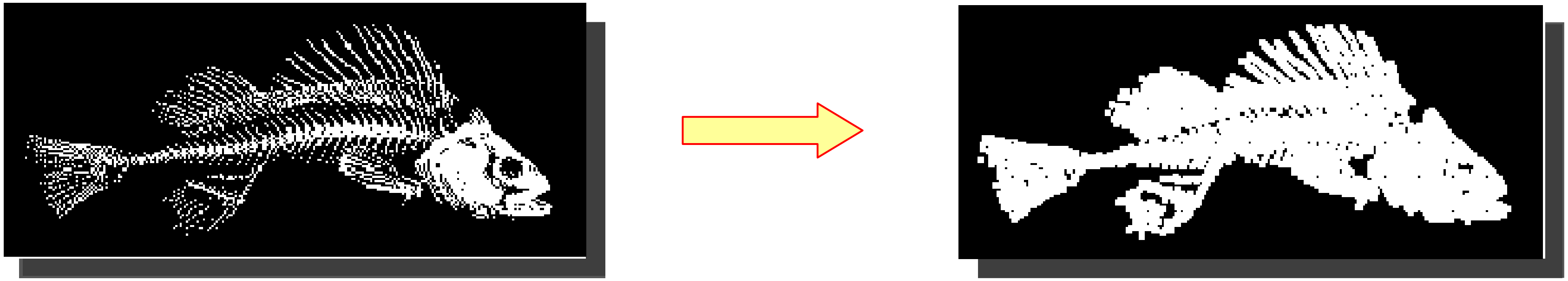
$$X = \{(1,1),(2,1),(3,1),(4,2)\}$$
$$B = \{(0,-1),(0,1)\}$$

$$X \oplus B = \{(1,0),(2,0),(3,0),(1,2),(2,2),$$
$$(3,2),(4,1),(4,3)\}$$



Hier gehört der Punkt (0,0) nicht zum Strukturelement *B*

Beispiel



infolge einer Dilation entsteht eine Verstärkung bzw. eine Verdickung des Bildes X bezüglich des Strukturelementes B

insbesondere ist es möglich, Pixelgruppen zu vereinigen, Löcher zu füllen oder Risse zu schließen

Kantendetektion

einfache Möglichkeit zur Kantendetektion
(Finden von Kanten) ist die Operation:

$$\boxed{(X \oplus B) \setminus X}$$

Ergebnis enthält aber keine Elemente aus X

Eigenschaft

$$X \oplus B = \bigcup_{b \in B} X_b$$

Beispiel:

1			
1		1	
	1	1	
	1		
	1		

$X = X_{(0,0)}$

	1		
	1		1
		1	1
		1	
		1	

$X_{(0,1)}$

1	1		
1	1	1	1
	1	1	1
	1	1	
	1	1	

$X \oplus B$

$B = \{(0,0),(0,1)\}$

Weitere Eigenschaften

$X, Y, B, D \subseteq Z^n$ $\qquad h \in Z^n$

$$X \oplus B = B \oplus X$$

$$X \oplus (B \oplus D) = (X \oplus B) \oplus D$$

$$X_h \oplus B = (X \oplus B)_h$$

3.2 Erosion

Erosion

$X, B \subseteq Z^n$

$$X \ominus B = \left\{ d \in Z^n : \forall b \in B \Rightarrow d + b \in X \right\}$$

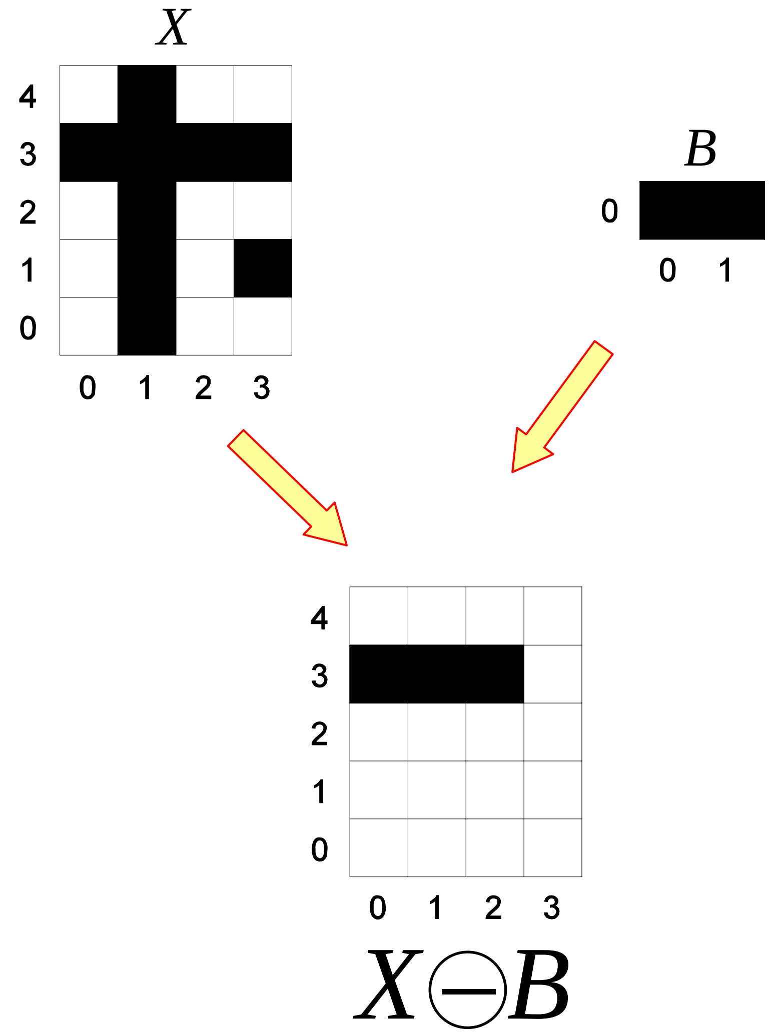
$$\Downarrow$$

$$X \ominus B = \left\{ d \in Z^n : B_d \subseteq X \right\}$$

Beispiel 1

$$X = \{(0,1),(1,1),(1,3),(2,1),(3,0),(3,1),$$
$$(3,2),(3,3),(4,1)\}$$
$$B = \{(0,0),(0,1)\}$$

$$X \ominus B = \{(3,0),(3,1),(3,2)\}$$

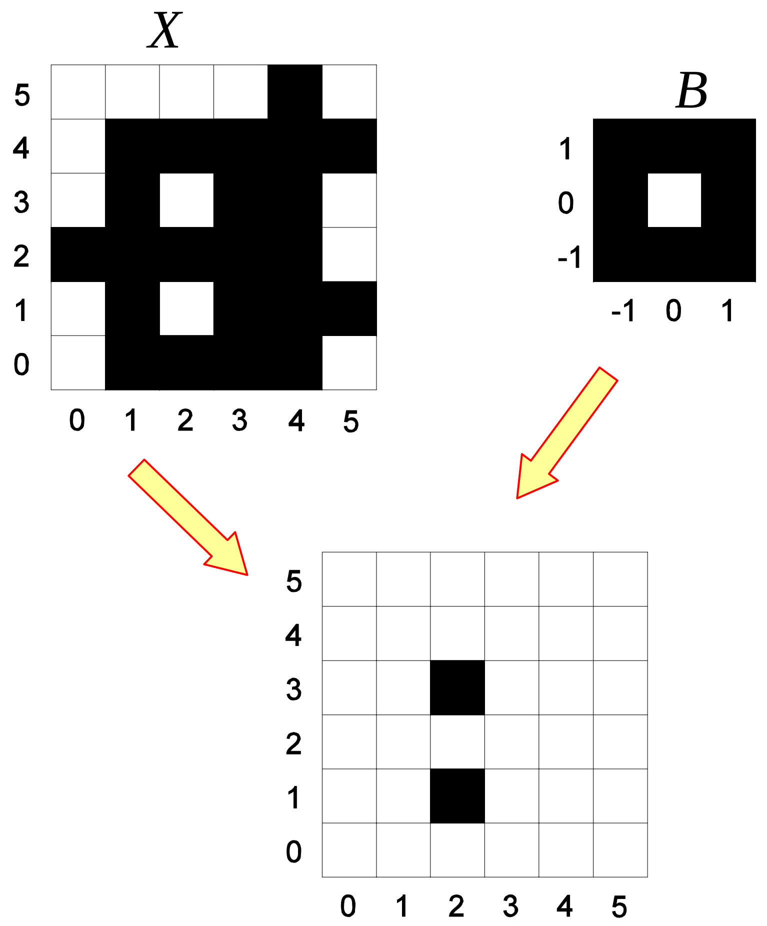


Beispiel 2

$$X = \{(0,1),(0,2),(0,3),(0,4),(1,1),(1,3),(1,4),(1,5),(2,0),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,1),(3,3),(3,4),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(5,4)\}$$

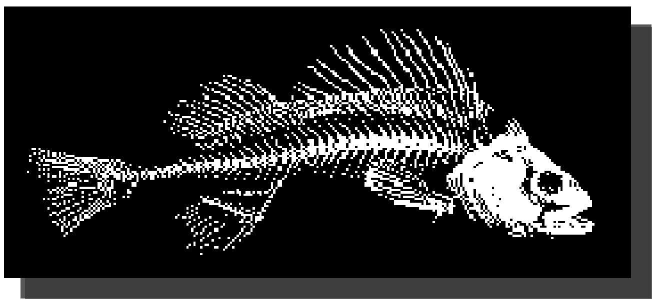
$$B = \{(-1,-1),(-1,0),(-1,1),(0,-1),(1,-1),(1,0),(1,1)\}$$

$$X \ominus B = \{(1,2),(3,2)\}$$



$X \ominus B$

Beispiel



bei der Erosion werden schmale Stellen und kleine Objekte, deren geometrische Ausdehnungen kleiner als die des Strukturelementes sind, völlig eliminiert

Kantendetektion

einfache Möglichkeit zur Kantendetektion
(Finden von Kanten) ist die Operation:

$$\boxed{X \setminus (X \ominus B)}$$

Eigenschaft

$$X \ominus B = \bigcap_{b \in B} X_{-b}$$

Beispiel:

		1		
	1	1	1	1
		1		
		1		1
		1		

$X = X_{-(0,0)}$

	1			
1	1	1	1	
	1			
	1		1	
	1			

$X_{-(0,1)}$

	1	1	1	

$X \ominus B$

$B = \{(0,0),(0,1)\}$

Weitere Eigenschaften

$$(0,0,\dots,0) \in B \Rightarrow X \ominus B \subseteq X$$

$$\left(X \ominus Y\right)^{C} = X^{C} \oplus \tilde{Y}$$

$$\left(X \oplus Y\right)^{C} = X^{C} \ominus \tilde{Y}$$

Mehrere Strukturelemente

$$(X \ominus B_1) \ominus B_2 = X \ominus (B_1 \oplus B_2) = (X \ominus B_2) \ominus B_1$$

$$\begin{aligned}((X \ominus B_1) \ominus B_2) \ominus B_3 &= X \ominus ((B_1 \oplus B_2) \oplus B_3) \\ &= X \ominus (B_1 \oplus B_2 \oplus B_3)\end{aligned}$$

$$((X \oplus B_1) \oplus B_2) \oplus B_3 = X \oplus (B_1 \oplus B_2 \oplus B_3)$$

$$((\ldots(X \ominus B_1) \ominus B_2) \ominus B_3) \ominus \cdots \ominus B_k) = X \ominus (B_1 \oplus B_2 \oplus B_3 \oplus \cdots \oplus B_k)$$

$$((\ldots(X \oplus B_1) \oplus B_2) \oplus B_3) \oplus \cdots \oplus B_k) = X \oplus (B_1 \oplus B_2 \oplus B_3 \oplus \cdots \oplus B_k)$$

Mehrere Strukturelemente

Die Dilation bzw. die Erosion mit einem komplexen Strukturelement

$$B = B_1 \oplus B_2 \oplus \cdots \oplus B_k$$

kann auf die Hintereinanderausführung einfacher Elemente zurückgeführt werden

3.3 Opening und Closing

Opening und Closing

$X, B \subseteq Z^n$

Opening:

$$\boxed{X \circ B = (X \ominus B) \oplus B}$$

Closing:

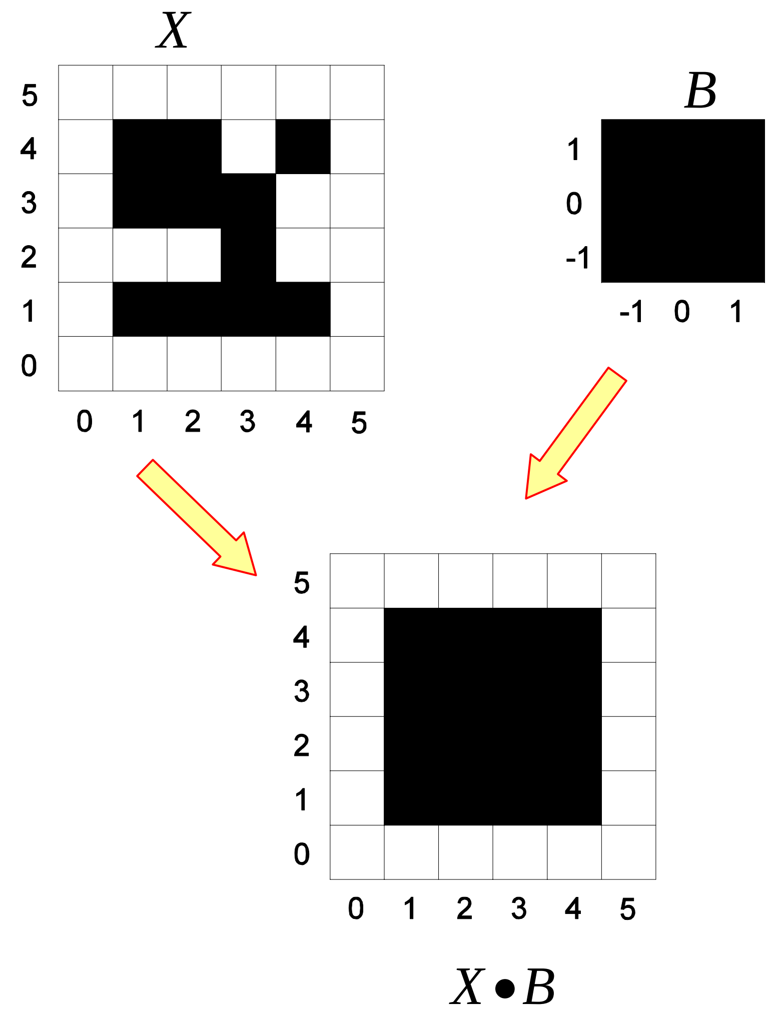
$$\boxed{X \bullet B = (X \oplus B) \ominus B}$$

Closing – Beispiel 1

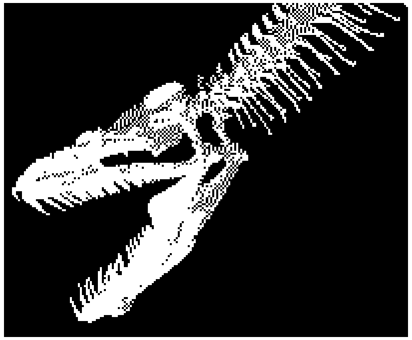
$$X = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(3,1),$$
$$(3,2),(3,3),(4,1),(4,2),(4,4)\}$$

$$B = \{(-1,-1),\ldots,(1,1)\}$$

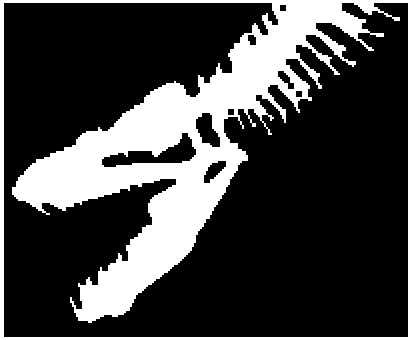
$$X \bullet B = \{(1,1),\ldots,(1,4),(2,1),\ldots,(2,4),$$
$$(3,1),\ldots,(3,4),(4,1),\ldots,(4,4)\}$$



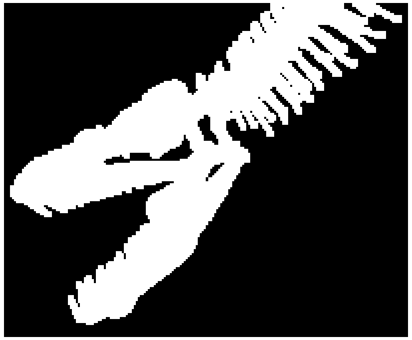
Closing – Beispiel 2



Closing



Dilation



Erosion

Die Menge *X* ist hell dargestellt.

beim Closing werden kleine Einschnitte und Zwischenräume geschlossen

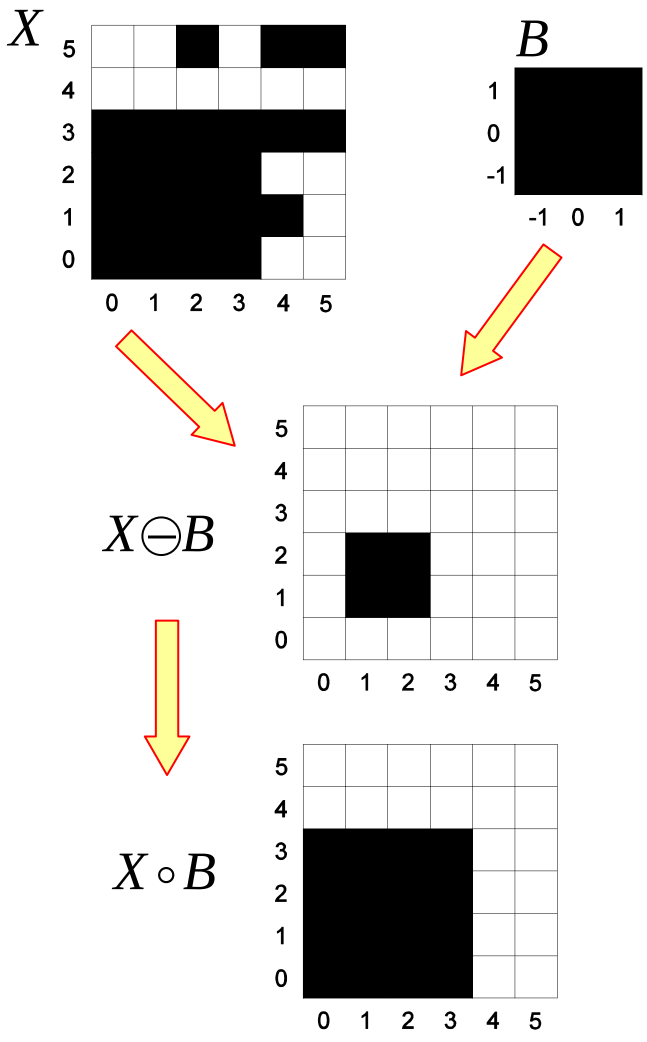
Opening – Beispiel 1

$$X = \{(0,0),\ldots,(0,3),(1,0),\ldots,(1,4),(2,0),\ldots,(2,3),$$
$$(3,0),\ldots,(3,5),(5,3),(5,4),(5,5)\}$$

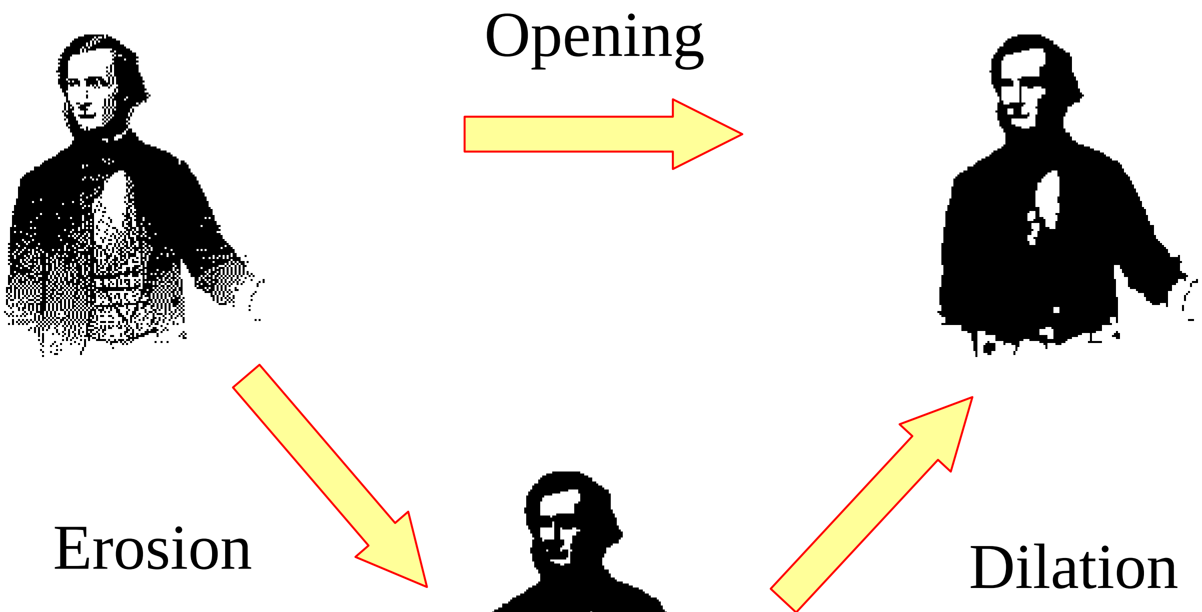
$$B = \{(-1,-1),\ldots,(1,1)\}$$

$$X \ominus B = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)\}$$

$$X \circ B = \{(0,0),\ldots,(0,3),(1,0),\ldots,(1,3),$$
$$(2,0),\ldots,(2,3),(3,0),\ldots,(3,3)\}$$



Opening – Beispiel 2



Die Menge X ist hell dargestellt.

Opening bewirkt eine Eliminierung von im Verhältnis zum Strukturelement B kleinen Teilmengen des Bildes X, d.h., schmale Verbindungen oder auch alleinstehende Mengenelemente werden gelöscht

Eigenschaft

$$\boxed{X \circ B \subseteq X}$$

$$X \circ B = (X \ominus B) \oplus B.$$

Aus

$$a \in X \circ B \quad \Rightarrow \quad a = c + d \quad \text{mit:} \quad c \in X \ominus B; \quad d \in B.$$

Hieraus folgt

$$\forall e \in B \quad \text{gilt:} \quad c + e \in X$$

und damit

$$c + d = a \in X, \quad \text{da} \quad d \in B.$$

Eigenschaft

$$\boxed{X \subseteq X \bullet B}$$

Beweis Sei $a \in X$.
Zu zeigen ist:

$$\forall b \in B \quad \text{gilt:} \quad a + b \in X \oplus B$$

Hieraus würde nach Definition folgen:

$$a \in X \bullet B$$

Wenn

$$a \in X \quad \text{und} \quad b \in B,$$

so folgt aber trivial

$$a + b \in X \oplus B.$$

Weitere Eigenschaften

$$(X \bullet B)^C = X^C \circ \tilde{B}$$

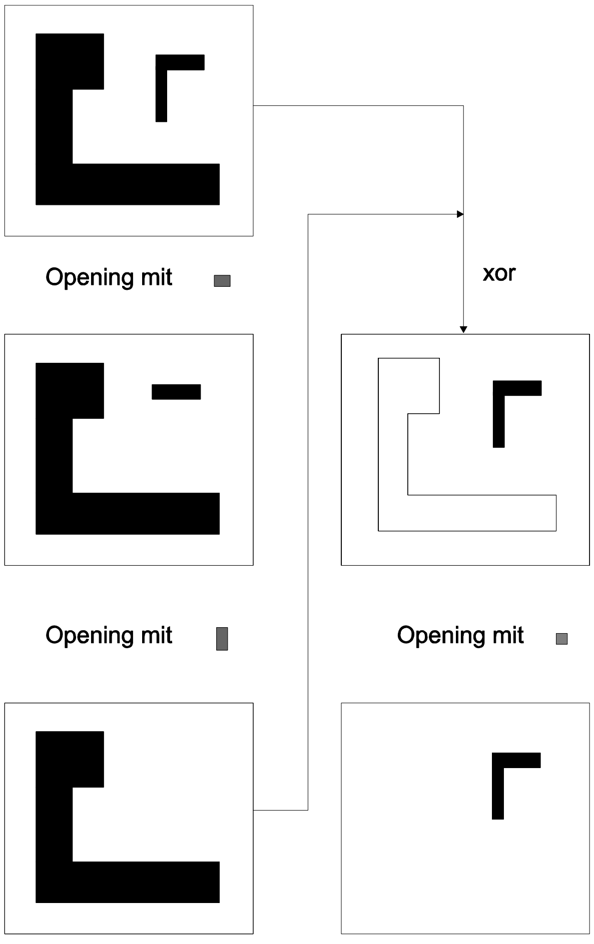
$$(X \circ B)^C = X^C \bullet \tilde{B}$$

$$X \circ B = (X \circ B) \circ B$$

$$X \bullet B = (X \bullet B) \bullet B$$

3.4 Anwendungen

Detektion von Bildanteilen mit bekannter Form



- Mit Opening kann man bestimmte Formen im Bild detektieren oder beseitigen
- Mit Hilfe von 2 aufeinander-folgenden Openings mit verschiedenen Struktur-elementen kann der kleine Winkel entfernt werden (im Bild links).
- Das große Objekt wird nicht exakt erhalten.
- Die Detektion des kleinen Winkels geschieht danach im Bild rechts.

Füllen von Löchern

Wir wollen im Bildobjekt *A* alle Löcher füllen.

X_0 ist eine Menge, die aus jedem Loch einen Punkt enthält

Iteration:

$$\boxed{X_k \leftarrow \left(X_{k-1} \oplus B\right) \cap A^C, \ \ k = 1,2,3,\ldots}$$

Strukturelement: $B = \{(-1,0),(0,0),(1,0),(0,-1),(0,1)\} \rightarrow$

1		1	
0	1	1	1
-1		1	
	-1	0	1

Terminierung: $X_n = X_{n-1}$

Ergebnis: $X_n \cup A$

Zusammenhängende Komponenten

zusammenhängende Komponenten (exakte Def. erfolgt später) eines Bildobjektes A

X_0 ist eine Menge, die aus jeder Komponente einen Punkt enthält

Iteration:

$$\boxed{X_k \leftarrow \left(X_{k-1} \oplus B\right) \cap A, \quad k = 1,2,3,\ldots}$$

Strukturelement: $B = \{(-1,-1),(-1,0),(-1,1),(0,-1),(0,0),(0,1),(1,-1),(1,0),(1,1)\}$

1	1	1	1
0	1	1	1
-1	1	1	1
	-1	0	1

Terminierung: $X_n = X_{n-1}$

Ergebnis: X_n

Alles oder Nichts – Transformation

$B_1, B_2, X \subseteq Z^n$ $\qquad$ $B_1 \cap B_2 = \varnothing$ $\qquad$ $B = (B_1, B_2)$

$$\boxed{X \otimes B = (X \ominus B_1) \cap (X^C \ominus B_2)}$$

Ein Punkt gehört zu $X \otimes B$,
wenn an dieser Stelle B_1 in X und B_2 in X^C enthalten ist.

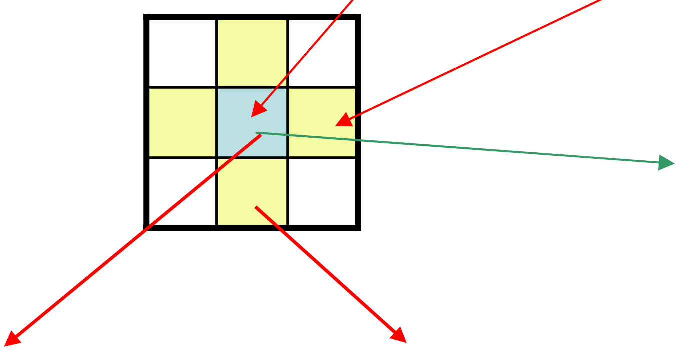
Spezialfall: $\quad B_2 = \varnothing \longrightarrow X^C \ominus B_2 = Z^n$

$$\Rightarrow \quad X \otimes B = (X \ominus B_1)$$

Beispiel:

$$B_1 = \{(0,0)\} \qquad B_2 = \{(-1,0),(1,0),(0,-1),(0,1)\}$$

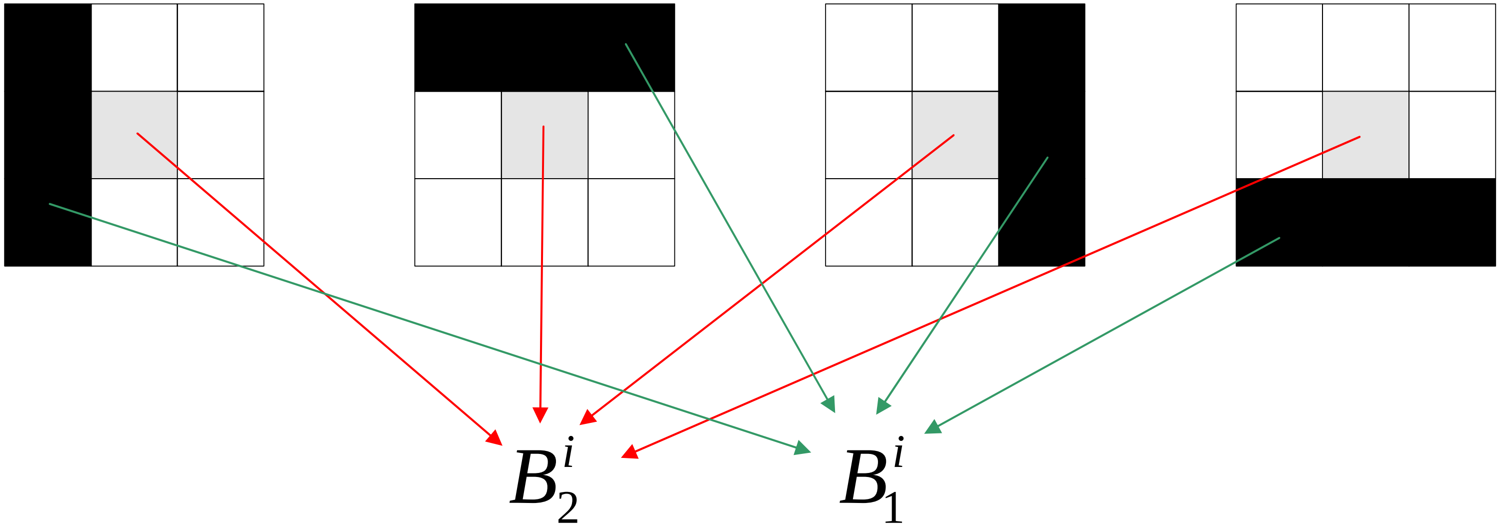
$$X \otimes B = (X \ominus B_1) \cap (X^C \ominus B_2)$$



isolierte Punkte (bezüglich der 4-er Nachbarschaft) von *X*

Anwendung – Konvexe Hülle

4 Strukturelemente: $B^i = \left(B_1^i, B_2^i\right)$



Konvexe Hülle von X:

$$X \cup \left(X \otimes B^1\right) \cup \left(X \otimes B^2\right) \cup \left(X \otimes B^3\right) \cup \left(X \otimes B^4\right)$$

(Wiederholung auf das entstehende Element)

Abmagerung

$B_1, B_2, X \subseteq Z^n$ $B = (B_1, B_2)$ $B_1 \cap B_2 = 0$

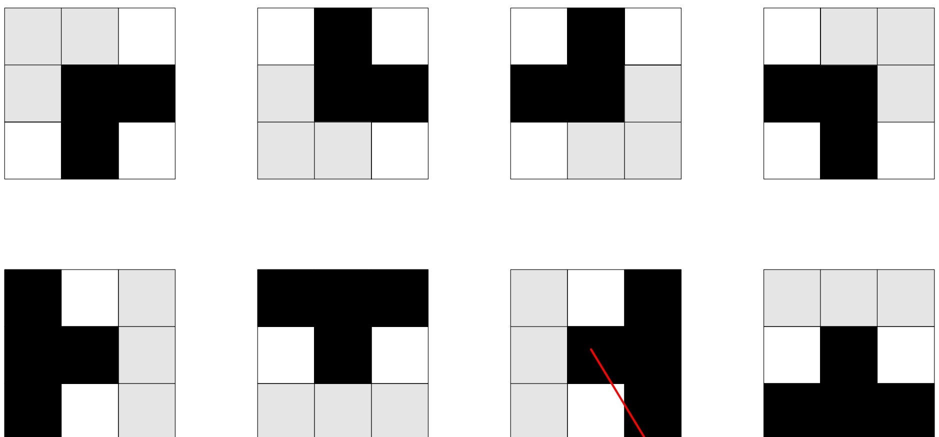
$$\boxed{X \oslash B = X \setminus (X \otimes B)}$$

Skelettierung

- In einigen Anwendungen (Formbeschreibung, Trennung von Objekten) müssen aus flächenhaften Objekten durch Skelettierung linienhafte Objekte erzeugt werden.
- Unter Skelettierung versteht man dabei die Abtragung des Objektes vom Objektrand bis auf die in der Mitte des Objektes verlaufende Skelettlinie (aus flächenhaften Objekten linienhafte Objekte erzeugen).
- Mit einer reinen Erosion kann man Skelettierung nicht erreichen.
- Es gibt viele Verfahren, die zu unterschiedlichen Ergebnissen führen.

Skelettierung

8 Strukturelemente: $B^i = \left(B_1^i, B_2^i\right)$



entstehen durch Drehung um 90°

Die schwarzen Elemente müssen im Objekt liegen,
die grauen Elemente außerhalb des Objektes.
Dann wird der Punkt an der Stelle (0,0) vom Objekt entfernt.

Skelettierung

Anwendung der Operationen hintereinander

$$X \setminus (X \otimes B^i) \quad i = 1, \ldots, 8$$

Die Anwendung der 8 Operationen muss
in mehreren Durchläufen geschehen,
bis keine Punkte mehr wegfallen.

Das Ergebnis hängt von der Anwendungsreihenfolge
der 8 Operationen ab.

3.5 Morphologische Operationen für Grauwertbilder

Grauwertdilation

Bild: $G = (g(i,j)),\ \ i = 0,\ldots,I-1,\ j = 0,\ldots,J-1$

$B = (b(u,v)),\ \ u,v = -M,\ldots,0,\ldots,M$

reelle Zahlen

$$\boxed{(G \oplus B)(i,j) = \max_{-M \le u,v \le M} \{ g(i+u, j+v) + b(u,v) \}}$$

Grauwerterosion

Bild: $G=(g(i,j)),\ \ i=0,\ldots,I-1,\ j=0,\ldots,J-1$

$B=(b(u,v)),\ \ u,v=-M,\ldots,0,\ldots,M$

reelle Zahlen

$$(G\ominus B)(i,j)=\min_{-M\leq u,v\leq M}\{g(i+u,j+v)-b(u,v)\}$$