

# Übersicht der Vorlesung

1. Einführung
2. Bildverarbeitung
3. Morphologische Operationen
4. Bildsegmentierung
5. Merkmale von Objekten
6. Klassifikation
7. Dreidimensionale Bildinterpretation
8. Bewegungsanalyse aus Bildfolgen
9. PCA (Hauptkomponentenanalyse)
10. ICA (Independent Component Analysis – Unabhängigkeitsanalyse)

# 2 Bildverarbeitung

# 2. Bildverarbeitung

2.1 Einführung

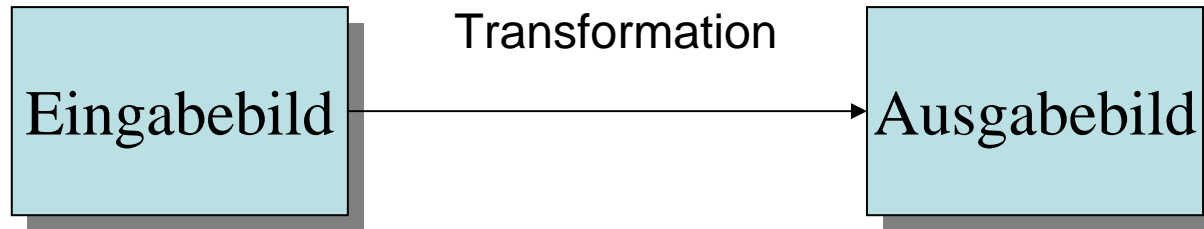
2.2 Punktoperationen

2.3 Lokale Operationen

2.4 Globale Operationen

## 2.1 Einführung

# Bild(vor)verarbeitung



- Einige Aufgaben der Bildverarbeitung sind:
  - Bildverbesserung, Korrektur von Bildfehlern
  - Kantendetektion
  - Segmentierung des Bildes, Finden homogener Bereiche
  - erste Bildanalyse

# Bildmatrix

$$G = (g(i, j))$$

$$i = 0, \dots, I - 1$$

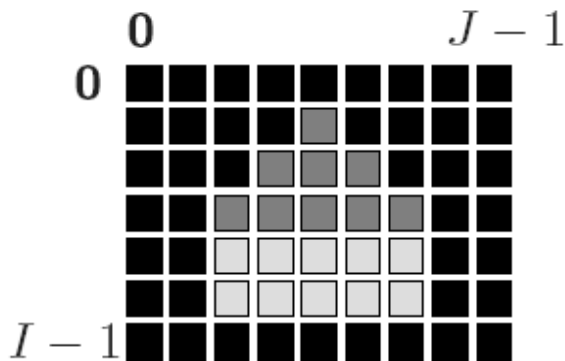
$$j = 0, \dots, J - 1$$

$$g(i, j) \in W \subseteq \mathbb{R}$$

reelle Zahlen (Grauwerte)

$I$  Anzahl der Bildzeilen

$J$  Anzahl der Bildspalten



6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	3	0	0	0	0
	0	0	0	3	3	3	0	0	0
⋮	0	0	3	3	3	3	3	0	0
	0	0	9	9	9	9	9	0	0
1	0	0	9	9	9	9	9	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	⋯						8

# Bemerkung

- 0-te Spalte wird wie üblich links angeordnet
- Die 0-te Zeile kann unten oder oben stehen und wird in der Bildverarbeitung je nach Kontext verschieden angewendet.

# Grauwerte

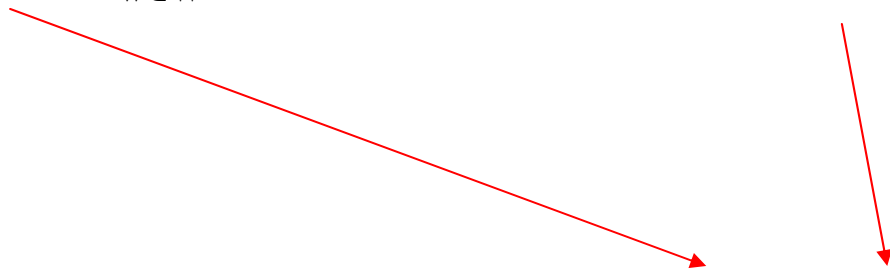
$W$  – Grauwerte

$$G_{\min} = \min_{w \in W} \{w\}$$

$$G_{\max} = \max_{w \in W} \{w\}$$

Beispiel:

$$W = [0, 255]$$



# Bildfolge

$$G(k) = (g(i, j, k))$$

$$g(i, j, k) \in W \subseteq \mathbb{R}$$

$$i = 0, \dots, I - 1$$

$$j = 0, \dots, J - 1$$

$$k = 1, \dots, K$$

Anzahl der Bilder

Bildfolgen werden u. a. bei der Bewegungsanalyse benötigt

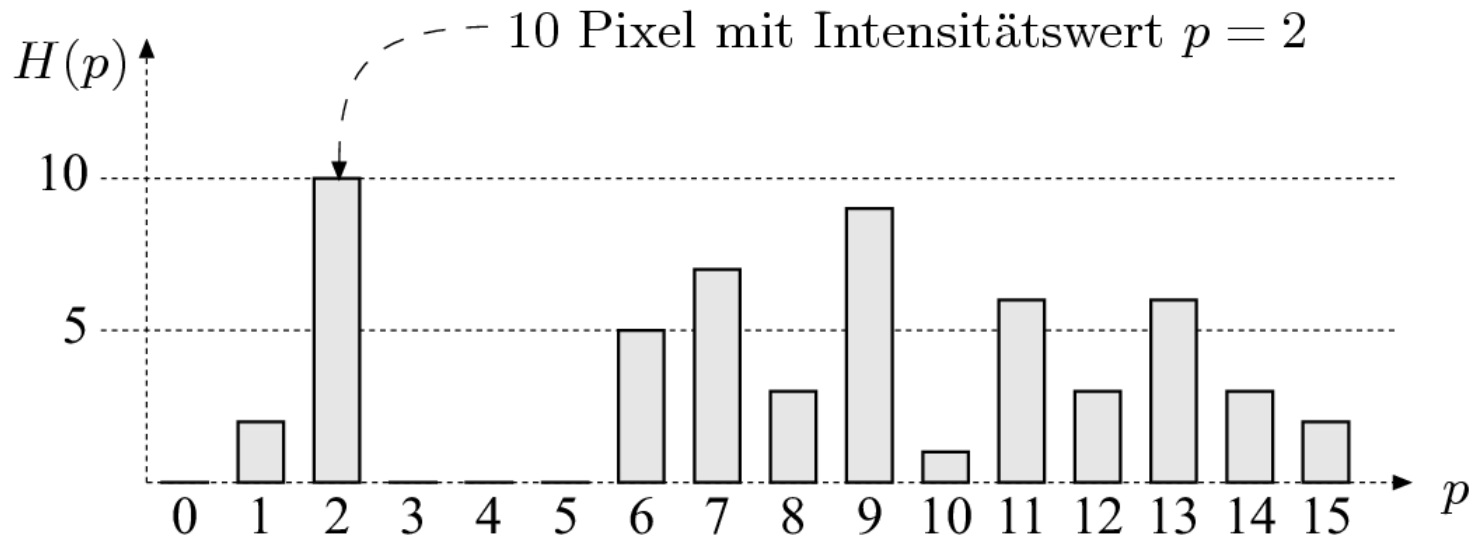
# Histogramm

$$G = (g(i, j))$$

$$H(w) = |\{(i, j) : g(i, j) = w\}| : W \rightarrow N$$

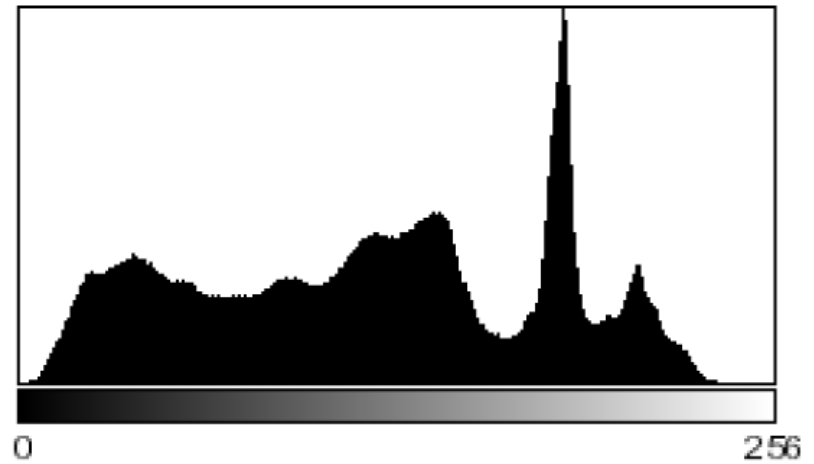
$H(w)$  - Anzahl der Grauwerte  $g(i, j)$  mit  $g(i, j) = w$

# Histogramm



$H(p)$	0	2	10	0	0	0	5	7	3	9	1	6	3	6	3	2
$p$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

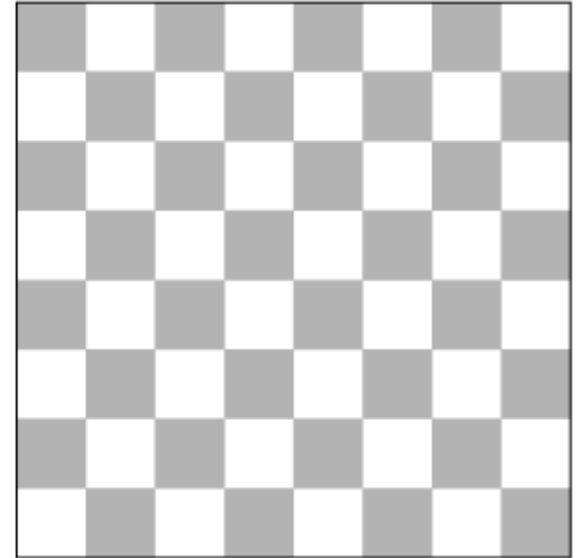
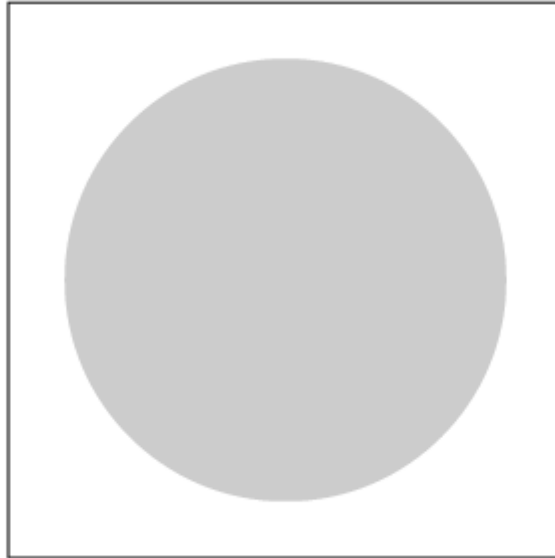
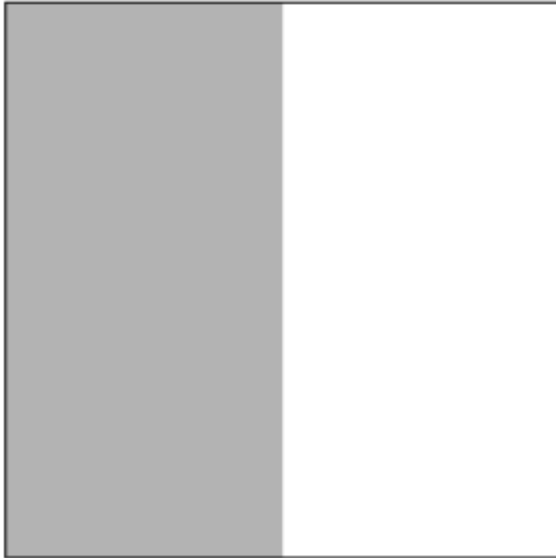
# Histogramm



Count: 1920000  
Mean: 118.848  
StdDev: 59.179

Min: 0  
Max: 251  
Mode: 184 (30513)

# 3 unterschiedliche Bilder mit identischen Histogramm



# Kumulatives Histogramm

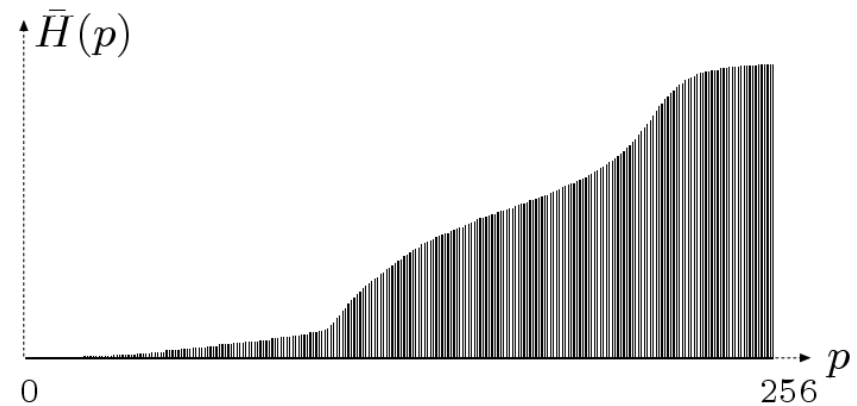
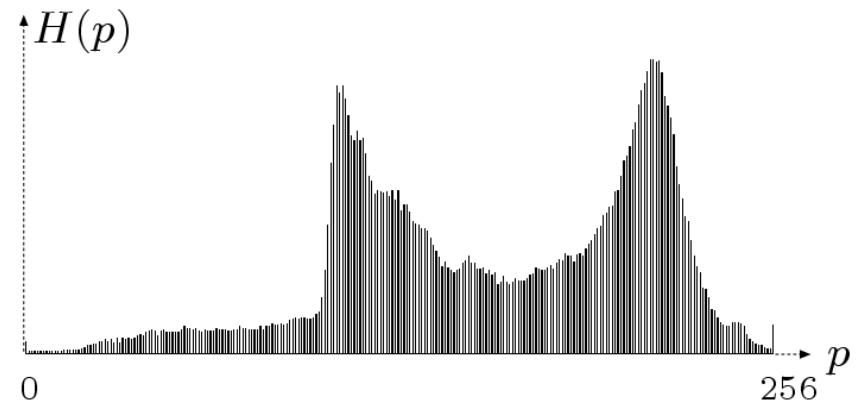
$$\bar{H}(w) = \sum_{w' \in W: w' \leq w} H(w') : W \rightarrow N$$

$W$  Menge der natürlichen Zahlen zwischen  $G_{\min}$  und  $G_{\max}$

$$\bar{H}(w) = \begin{cases} H(G_{\min}) & w = G_{\min} \\ \bar{H}(w-1) + H(w) & G_{\min} < w \leq G_{\max} \end{cases}$$

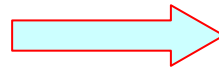
$$\bar{H}(G_{\max}) = I \cdot J$$

# Kumulatives Histogramm



# Operationen in der Bildverarbeitung

$$G_E = (g_E(i, j))$$



$$G_A = (g_A(i, j))$$

Eingabebild  
(Eingabebildfolge)

Ausgabebild

# Arten von Operationen

- Punktoperationen
- lokale Operationen
- globale Operationen

# Punktoperationen

Ein Bildpunkt des Ausgabebildes ist nur eine Funktion eines einzelnen Bildpunktes des Eingabebildes.

$$g_A(i, j) = f(g_E(i_1, j_1))$$

oft ist  $i = i_1$  und  $j = j_1$

# Lokale Operationen

Ein Bildpunkt des Ausgabebildes ist eine Funktion der Bildpunkte in einer lokalen Umgebung  $U$  um den entsprechenden Punkt  $(i, j)$  des Eingabebildes. Die lokale Umgebung wird meist symmetrisch zum betrachteten Punkt, oft quadratisch gewählt :

$$g_A(i, j) = f[\{g_E(i', j') : (i', j') \in U\}]$$

# Umgebung $U$ – Rechteck

$$g_A(i, j) = f[\{g_E(i-l, j-m)\}]$$

$$l = -\frac{L-1}{2}, \dots, \frac{L-1}{2}$$

ungerade natürliche Zahlen

$$m = -\frac{M-1}{2}, \dots, \frac{M-1}{2}$$

# quadratische Umgebung

$$L = M = 3$$

Umgebung  $U$ :

$$\begin{pmatrix} i-1, j-1 & i-1, j & i-1, j+1 \\ i, j-1 & i, j & i, j+1 \\ i+1, j-1 & i+1, j & i+1, j+1 \end{pmatrix}$$

# Globale Operation

Ein Bildpunkt des Ausgabebildes ist eine Funktion aller Punkte des Eingabebildes:

$$g_A(i, j) = f[\{g_E(i, j)\}]$$

## 2.2 Punktoperationen

# Punktoperationen - Überblick

- Kontrast und Helligkeit
- Dehnung der Grauskala
- Histogrammebnung
- Schwellwertbildung – Binarisierung
- Weitere Beispiele für Punktoperationen

# Kontrast und Helligkeit

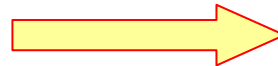
$$g_A(i, j) = K \cdot g_E(i, j) + H$$

$H$ ...Helligkeit  
 $K$ ...Kontrast

- $K > 1$ : der Kontrast wird erhöht
- $0 < K < 1$ : der Kontrast wird erniedrigt
- $K = -1$ : Invertieren
- durch Addition von  $H$  wird das ganze Bild heller oder dunkler



Helligkeit erhöhen



# Dehnung der Grauskala

$$E_{\min} = \min_{i,j} \{g_E(i, j)\}$$

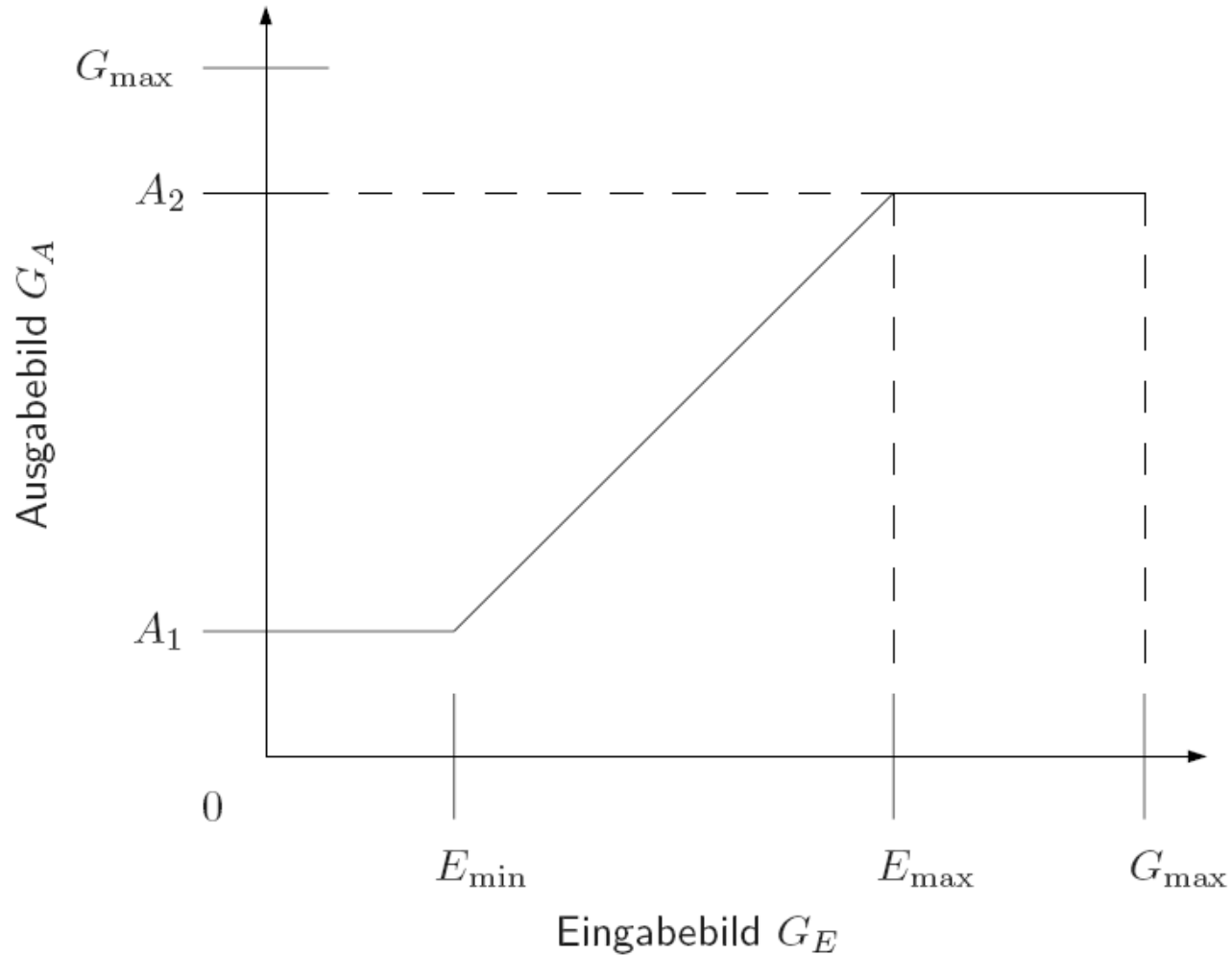
$$E_{\max} = \max_{i,j} \{g_E(i, j)\}$$

$$A_1 \leq g_A(i, j) \leq A_2$$

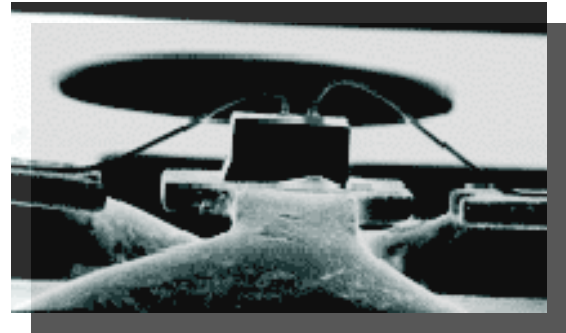
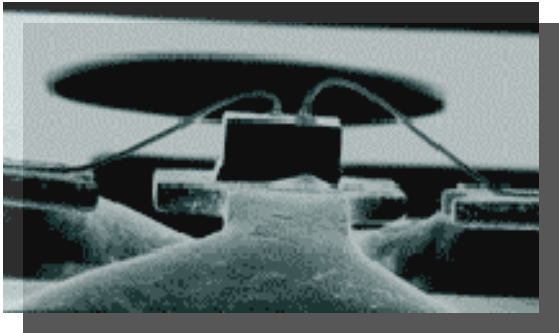
Transformationsgleichung:

$$g_A(i, j) = \frac{A_2 - A_1}{E_{\max} - E_{\min}} \cdot (g_E(i, j) - E_{\min}) + A_1$$

# Dehnung der Grauskala

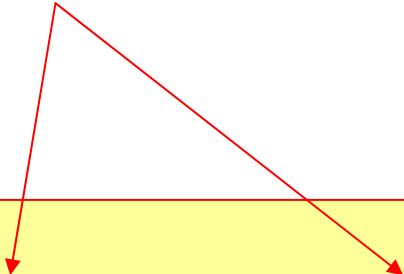


# Dehnung der Grauskala



# Histogrammebnung

- zu dehnender Bereich kann auch automatisch aus den Eingabebild berechnet werden
- Benutzung des kumulativen Histogramms

$$g_A(i, j) = \frac{G_{\max}}{I \cdot J - H(G_{\min})} \cdot [\bar{H}(g_E(i, j)) - \bar{H}(G_{\min})]$$


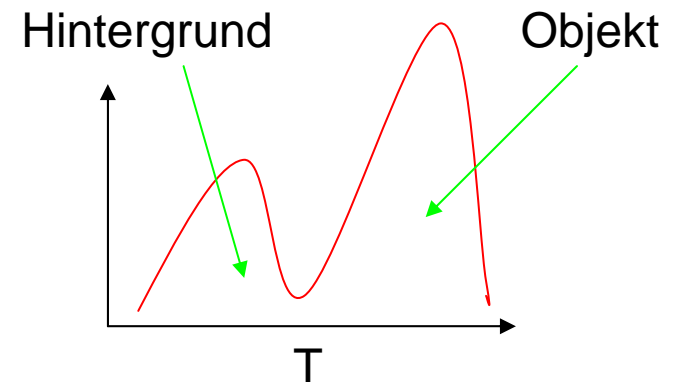
# Schwelwertbildung – Binarisierung

- hier wird das Eingabebild mit Hilfe von ein oder mehreren Schwellwerten in ein Binärbild transformiert

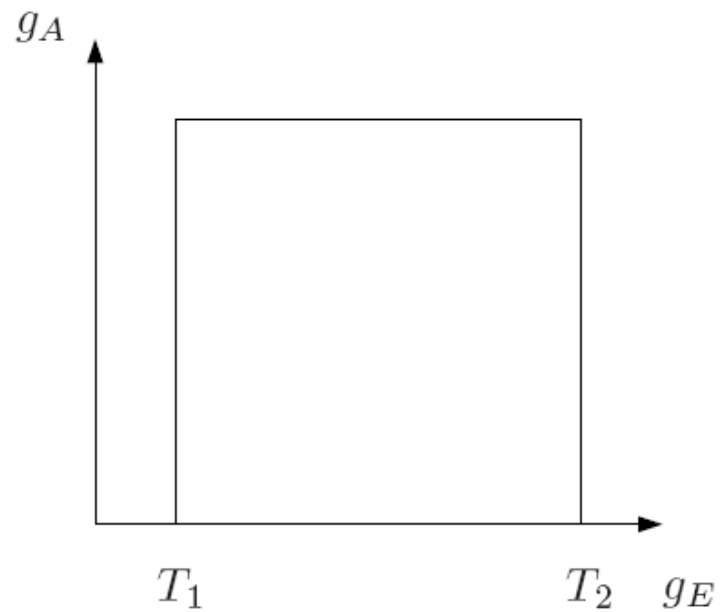
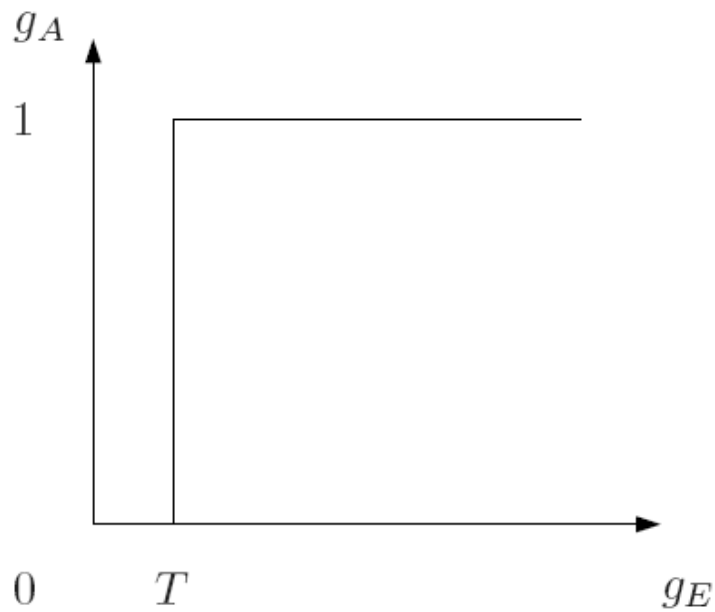
$$g_A(i, j) = \begin{cases} 1 & g_E(i, j) \leq T \\ 0 & g_E(i, j) > T \end{cases}$$

$$g_A(i, j) = \begin{cases} 0 & g_E(i, j) \leq T_1 \vee g_E(i, j) > T_2 \\ 1 & T_1 < g_E(i, j) \leq T_2 \end{cases}$$

- für die Schwellwerte können lokale Minima des Histogramms gewählt werden



# Schwellwertbildung



# Weitere Beispiele für Punktoperationen

- Farbtransformationen  $g_A(i, j) = a \cdot g_R(i, j) + b \cdot g_G(i, j) + c \cdot g_B(i, j)$
- Hintergrundsubtraktion  $g_A(i, j) = g_E(i, j) - g_H(i, j)$
- Maskierung  $g_A(i, j) = g_B(i, j) \cdot g_E(i, j)$
- Geometrische Transformationen

Verschiebung:  $g_A(i, j) = g_E(i + p, j + q)$   $p, q$  - Konstanten

allgemein:  $g_A(i, j) = g_E(i_1, j_1)$   $i_1 = f_1(i, j)$   $j_1 = f_2(i, j)$

## 2.3 Lokale Operationen

# Lokale Operationen - Überblick

- Lineare Faltung
- Lineare Faltung und Tiefpassfilter
- Lineare Faltung mit der Gaußverteilung
- Lineare Faltung und Kanten
- Separierbarkeit der linearen Faltung
- Gradient und Kanten
- Rangfolgeoperationen
- Auffinden von Eckpunkten

## 2.3.1 Lineare Faltung

# Faltungskern (Faltungsmatrix)

$L, M$  - ungerade natürliche Zahlen

$$H = (h(l, m)) = \begin{pmatrix} h\left(-\frac{L-1}{2}, -\frac{M-1}{2}\right) & \dots & h\left(-\frac{L-1}{2}, \frac{M-1}{2}\right) \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & h(0,0) & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ h\left(\frac{L-1}{2}, -\frac{M-1}{2}\right) & \dots & h\left(\frac{L-1}{2}, \frac{M-1}{2}\right) \end{pmatrix}$$

$$l = -\frac{L-1}{2}, \dots, \frac{L-1}{2}$$

$$m = -\frac{M-1}{2}, \dots, \frac{M-1}{2}$$

# Lineare Faltung

$$G_F = (g_F(i, j)) = H * G_E$$

Ausgabebild

Faltungskern

Eingabebild

$$g_F(i, j) = \sum_{l=-\frac{L-1}{2}}^{\frac{L-1}{2}} \sum_{m=-\frac{M-1}{2}}^{\frac{M-1}{2}} h(l, m) \cdot g_E(i-l, j-m)$$

$$i = 0, \dots, I-1 \quad j = 0, \dots, J-1$$

# Bemerkungen

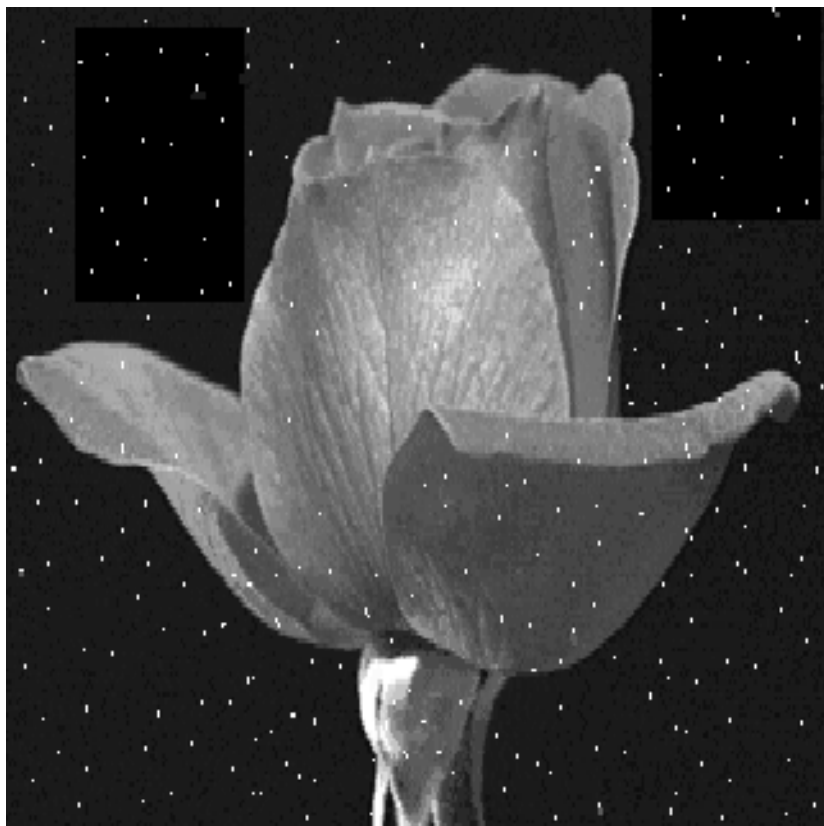
- Die lineare Faltung berechnet die Werte  $g_F(i, j)$  des Ausgabebildes aus den Werten einer (rechteckigen) Umgebung des Punktes  $(i, j)$  des Eingabebildes  $G_E$ .
- Die Eigenschaften der Faltungsoperation werden durch den Faltungskern  $H = (h(l, m))$  bestimmt.
- $L$  und  $M$  sind **wesentlich kleiner** als die Zeilen- und Spaltenlänge des Bildes
- Die Werte  $i-l$  bzw.  $j-m$  können außerhalb des Eingabebildes liegen
- Eine exakte mathematische Definition der Faltung ist nur für diskrete zweidimensionale Funktionen möglich, deren Definitionsbereich die gesamte Menge  $Z$  der ganzen Zahlen ist (siehe 2.4).

## 2.3.2 Lineare Faltung und Tiefpassfilter

# Lineare Faltung und Tiefpassfilter

- Tiefpassfilter dienen zur Glättung der Grauwerte
  - Bildstörungen (z.B. Rauschen) können beseitigt werden
  - scharfe Kanten oder dünne Linien werden mitgeglättet
  - Bild wirkt unschärfer
  - tiefe Ortsfrequenzen werden verstärkt, hohe Ortsfrequenzen werden unterdrückt

# Tiefpassfilter



# Mittelwertoperation

$$L = M = 3$$

$$(H =) H_M = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$g_F(i, j) = \frac{1}{9} \sum_{l=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 g_E(i-l, j-m)$$

# Mittelwertoperation



# Binomialoperation

- Werte der Faltungsmatrix wichten
- Benutzung der Binomialkoeffizienten

$$\binom{2}{k} \quad k = 0,1,2$$

$$H_{B_1} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Diese tragen wir in die erste und letzte Zeile bzw. Spalte ein.  
Die Werte der Elemente im Innern der Matrix sind dann das Produkt der Zahlen am linken und oberen Rand.

# Binomialoperation

$$H_{B_2} = \frac{1}{256} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$\binom{4}{k}, k = 0,1,2,3,4$

$16 = 4 \cdot 4$        $36 = 6 \cdot 6$        $24 = 4 \cdot 6$

## 2.3.3 Lineare Faltung mit der Gaußoperation

# Gaußsche Normalverteilung

$$G(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi \cdot \det(\Sigma)^{\frac{1}{2}}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\vec{x}-\mu)^T \Sigma^{-1}(\vec{x}-\mu)}$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$\mu$  - Mittelwertvektor

$\Sigma$  - Kovarianzmatrix

# Gaußsche Normalverteilung - Spezialfall

$$\mu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix}$$

$$G(\vec{x}) = G(x, y) = \frac{1}{2\pi \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x^2 + y^2)}$$

# Gaußoperation

- Eine geeignete Diskretisierung führt zu folgenden 2 einfachen Faltungsmatrizen:

$$H_{G_1} = \frac{1}{24} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 8 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H_{G_2} = \frac{1}{245} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 3 & 1 \\ 3 & 15 & 24 & 15 & 3 \\ 5 & 24 & 41 & 24 & 5 \\ 3 & 15 & 24 & 15 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

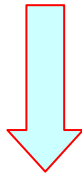
## 2.3.4 Lineare Faltung und Kanten

# Lineare Faltung und Kanten

- nennt man auch Hochpassfilter
- Bildbereiche, wo benachbarte Bildpunkte verschiedene Grauwerte aufweisen, werden betont
- Kanten werden hervorgehoben

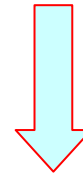
# Übertragung der ersten partiellen Ableitungen auf diskrete Funktionen

$$\frac{\partial s(x, y)}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{s(x + \Delta x, y) - s(x, y)}{\Delta x}$$



$$\frac{g(i+1, j) - g(i, j)}{i+1-i} = g(i+1, j) - g(i, j)$$

$$\frac{\partial s(x, y)}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{s(x, y + \Delta y) - s(x, y)}{\Delta y}$$



$$\frac{g(i, j+1) - g(i, j)}{j+1-j} = g(i, j+1) - g(i, j)$$

# 2 einfache Faltungskerne

$$H_Z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{horizontale Kanten}$$

$$g_A(i, j) = \sum_{l=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 h_Z(l, m) \cdot g_E(i-l, j-m) = g_E(i+1, j) - g_E(i, j)$$

$$H_S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{vertikale Kanten}$$

$$g_A(i, j) = \sum_{l=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 h_S(l, m) \cdot g_E(i-l, j-m) = g_E(i, j+1) - g_E(i, j)$$

# weitere Faltungskerne

$$H_Z^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{horizontale Kanten}$$

$$g_A(i, j) = \sum_{l=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 h_Z^1(l, m) \cdot g_E(i-l, j-m) = g_E(i-1, j) - g_E(i, j)$$

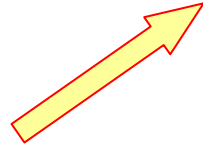
$$H_S^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{vertikale Kanten}$$

$$g_A(i, j) = \sum_{l=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 h_S^1(l, m) \cdot g_E(i-l, j-m) = g_E(i, j-1) - g_E(i, j)$$

# Beispiel

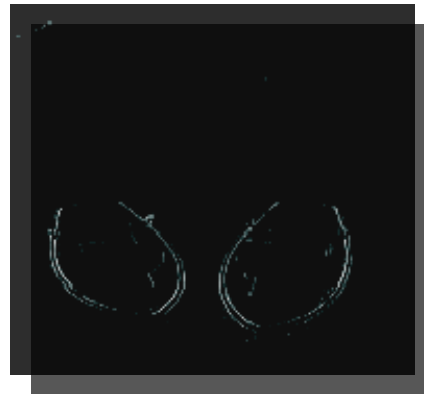
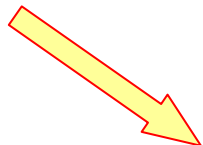


$H_Z^1$



horizontale Kanten

$H_S^1$

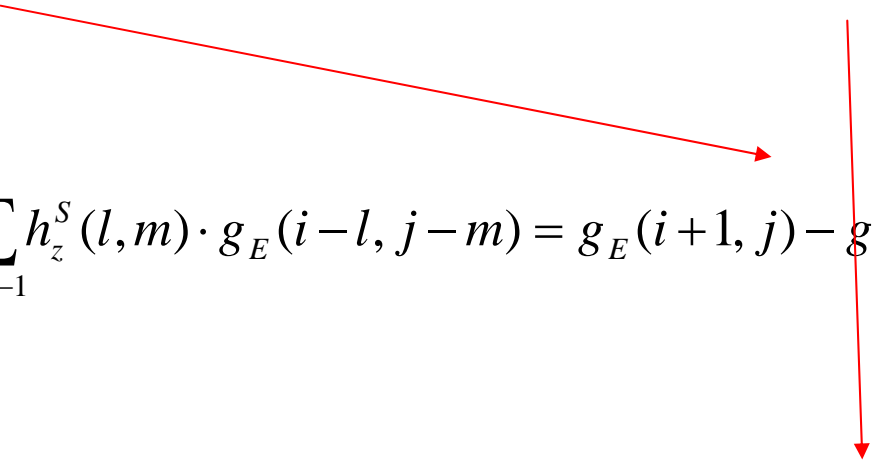


vertikale Kanten

# symmetrische Differenzen

$$H_Z^S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H_S^S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$


$$g_A(i, j) = \sum_{l=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 h_z^S(l, m) \cdot g_E(i-l, j-m) = g_E(i+1, j) - g_E(i-1, j)$$

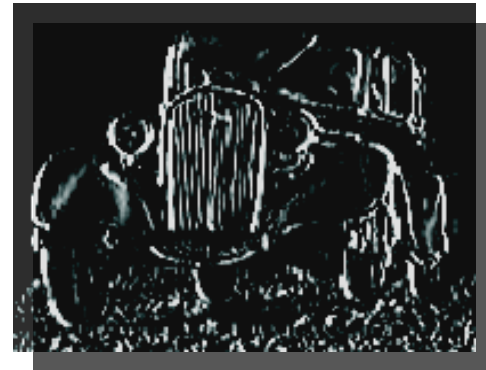
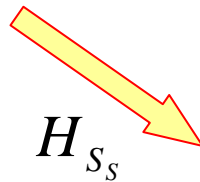
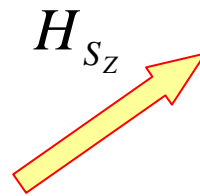
$$g_A(i, j) = \sum_{l=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 h_s^S(l, m) \cdot g_E(i-l, j-m) = g_E(i, j+1) - g_E(i, j-1)$$

# Sobeloperation

$$H_{S_z} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad H_{S_s} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Differenzbildung jeweils zur übernächsten Zeile (Spalte)
- kleine Störungen benachbarter Zeilen (Spalten) gehen nicht in das Ergebnis ein

# Sobeloperation



# Filtern v. K. in einer Vorzugsrichtung

- Ostwest-Richtung  
(horizontal):

$$H_{OW} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

- Nordsüd-Richtung  
(vertikal):

$$H_{NS} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

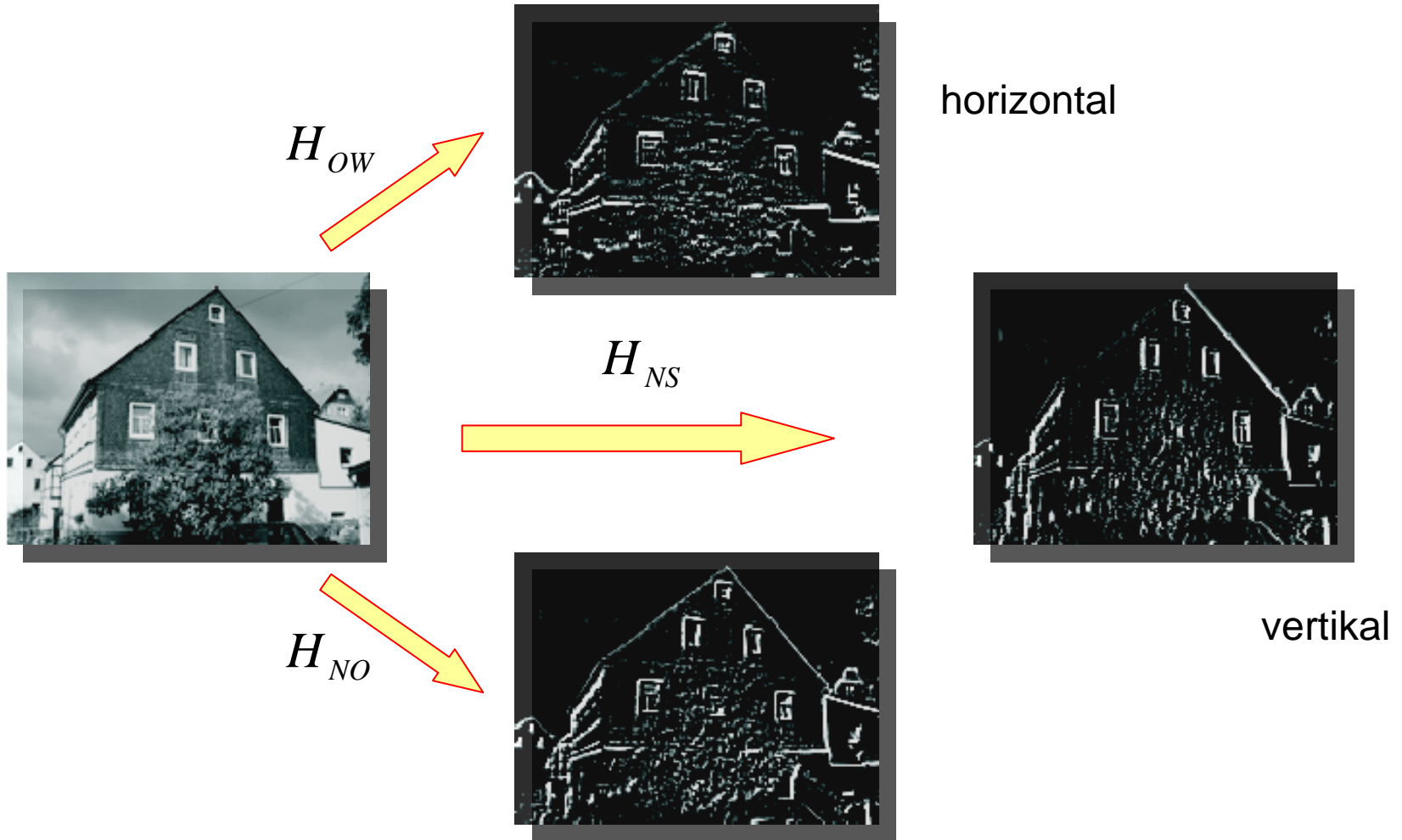
- Nordost-Richtung:

$$H_{NO} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Südost-Richtung:

$$H_{SO} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

# Filtern v. K. in einer Vorzugsrichtung



# Laplace – Operation

$$H_L = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Finden von Kanten ist hier richtungsunabhängig
- kann mit Hilfe der zweiten partiellen Ableitungen interpretiert werden

# Laplace – Operator

stetig:

$$\Delta s = \frac{\partial^2 s(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s(x, y)}{\partial y^2}$$

diskret:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 g(i, j)}{\partial i^2} &= \frac{\partial [g(i+1, j) - g(i, j)]}{\partial i} \\ &= (g(i, j) - g(i+1, j)) - (g(i-1, j) - g(i, j)) \\ &= -g(i-1, j) - g(i+1, j) + 2g(i, j) \end{aligned}$$

$$H_L = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial^2 g(i, j)}{\partial j^2} = -g(i, j-1) - g(i, j+1) + 2g(i, j)$$

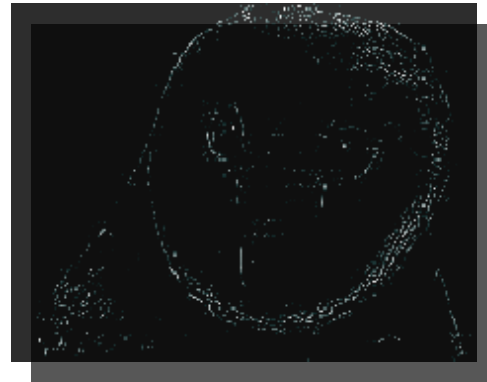
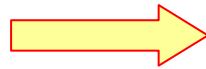
$$\Delta g = 4g(i, j) - g(i-1, j) - g(i, j-1) - g(i+1, j) - g(i, j+1)$$

# Laplace – Operation

- Modifikationen sind:

$$H_{L_1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad H_{L_2} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

- Diese Operatoren finden Kanten in beliebiger Richtung



# Roberts - Operation

- Faltungskerne:

Bezugspunkt:

$$H_R^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H_R^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$g_A(i, j) = g_E(i, j) - g_E(i-1, j+1)$$

$$g_A(i, j) = g_E(i, j) - g_E(i+1, j+1)$$

- filtern Kanten in den beiden diagonalen Richtungen
- nicht symmetrisch bezüglich des Bezugspunktes

## 2.3.5 Separierbarkeit der linearen Faltung

# Separierbarkeit der linearen Faltung

- Hintereinanderausführung mit einfacheren Faltungskernen

$$H = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad H_1 = \frac{1}{3} (1 \quad 1 \quad 1) \quad H_2 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Dann gilt:

$$H_2 * (H_1 * G) = H_1 * (H_2 * G) = H * G$$

# Separierbarkeit der linearen Faltung

- weiteres Beispiel ist die Binomialoperation

$$H^B = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad H_1^B = \frac{1}{4} (1 \quad 2 \quad 1) \quad H_2^B = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Dann gilt:

$$H_2^B * (H_1^B * G) = H_1^B * (H_2^B * G) = H^B * G$$

## 2.3.6 Gradient und Kanten

# Gradient

$s(x, y)$  - stetige Funktion

$$\mathit{grad}(s) = \left( \begin{array}{cc} \frac{\partial s}{\partial x} & \frac{\partial s}{\partial y} \end{array} \right)^T \quad | \mathit{grad}(s) | = \sqrt{\left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial s}{\partial y} \right)^2}$$

# Prinzip

- wir betrachten 2 Faltungskerne, die Kanten in aufeinander senkrecht stehenden Richtungen filtern
- Sobeloperationen
- Robertsoperationen
- dadurch approximieren wir die beiden partiellen Ableitungen

# Gradientsober

$$H_{S_Z} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$H_{S_S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$g_1(i, j) = \sum_{l=-\frac{L-1}{2}}^{\frac{L-1}{2}} \sum_{m=-\frac{M-1}{2}}^{\frac{M-1}{2}} h_Z(l, m) \cdot g_E(i-l, j-m)$$

$$g_2(i, j) = \sum_{l=-\frac{L-1}{2}}^{\frac{L-1}{2}} \sum_{m=-\frac{M-1}{2}}^{\frac{M-1}{2}} h_S(l, m) \cdot g_E(i-l, j-m)$$

$$L = M = 3$$

$$g_A(i, j) = \sqrt{(g_1(i, j))^2 + (g_2(i, j))^2}$$

richtungsunabhängige Operation (für Kanten), die allerdings nicht linear ist

# lokale Strukturmatrix

$$G_Z = H_Z^S * G_E = (g_Z(i, j))$$

$$G_S = H_S^S * G_E = (g_S(i, j))$$

$$H_Z^S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H_S^S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = G_Z^2 = (a(i, j))$$

$$B = G_S^2 = (b(i, j))$$

$$C = G_Z \cdot G_S = (c(i, j))$$

$$m(i, j) = \begin{pmatrix} a(i, j) & c(i, j) \\ c(i, j) & b(i, j) \end{pmatrix}$$

lokale Strukturmatrix im Punkt  $(i, j)$

# Eigenwerte der lokalen Strukturmatrix

$$\lambda_1(i, j) = a(i, j) + b(i, j)$$

$$\lambda_2(i, j) = 0$$

→ Grauwertänderung an der Stelle  $(i, j)$

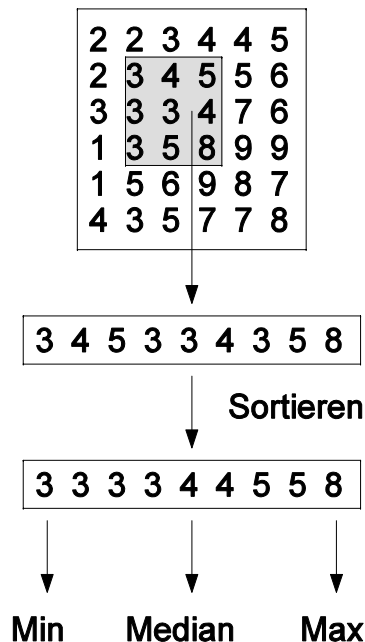
$$A = G_Z^2 = (a(i, j)) \quad B = G_S^2 = (b(i, j)) \quad x(i, j) = \begin{pmatrix} \sqrt{a(i, j)} \\ \sqrt{b(i, j)} \end{pmatrix} \leftarrow \text{Eigenvektor – Gradient}$$

## 2.3.7 Rangfolgeoperationen

# Rangfolgeoperationen

Bildwerte der  $N$  Bildpunkte des Eingabebildes werden in einer vorgegebenen lokalen Umgebung  $U$  zu einem Bildpunkt  $(i, j)$  in aufsteigender Reihenfolge sortiert

$$g_{\min} = g_0 \leq g_1 \leq \dots \leq g_{N-2} \leq g_{N-1} = g_{\max}$$



# Minimaloperation

$$g_A(i, j) = g_{\min} = \min_{(i, j) \in U} \{g_E(i, j)\}$$

entfernt Spitzen hoher Grauwerte, ohne ein unscharfes Gesamtbild zu erzeugen, aber vergrößert die Flecken niedriger Grauwerte

# Maximaloperation

$$g_A(i, j) = g_{\max} = \max_{(i, j) \in U} \{g_E(i, j)\}$$

entfernt kleine Flecken sehr niedriger Grauwerte, aber er vergrößert die Spitzen hoher Grauwerte

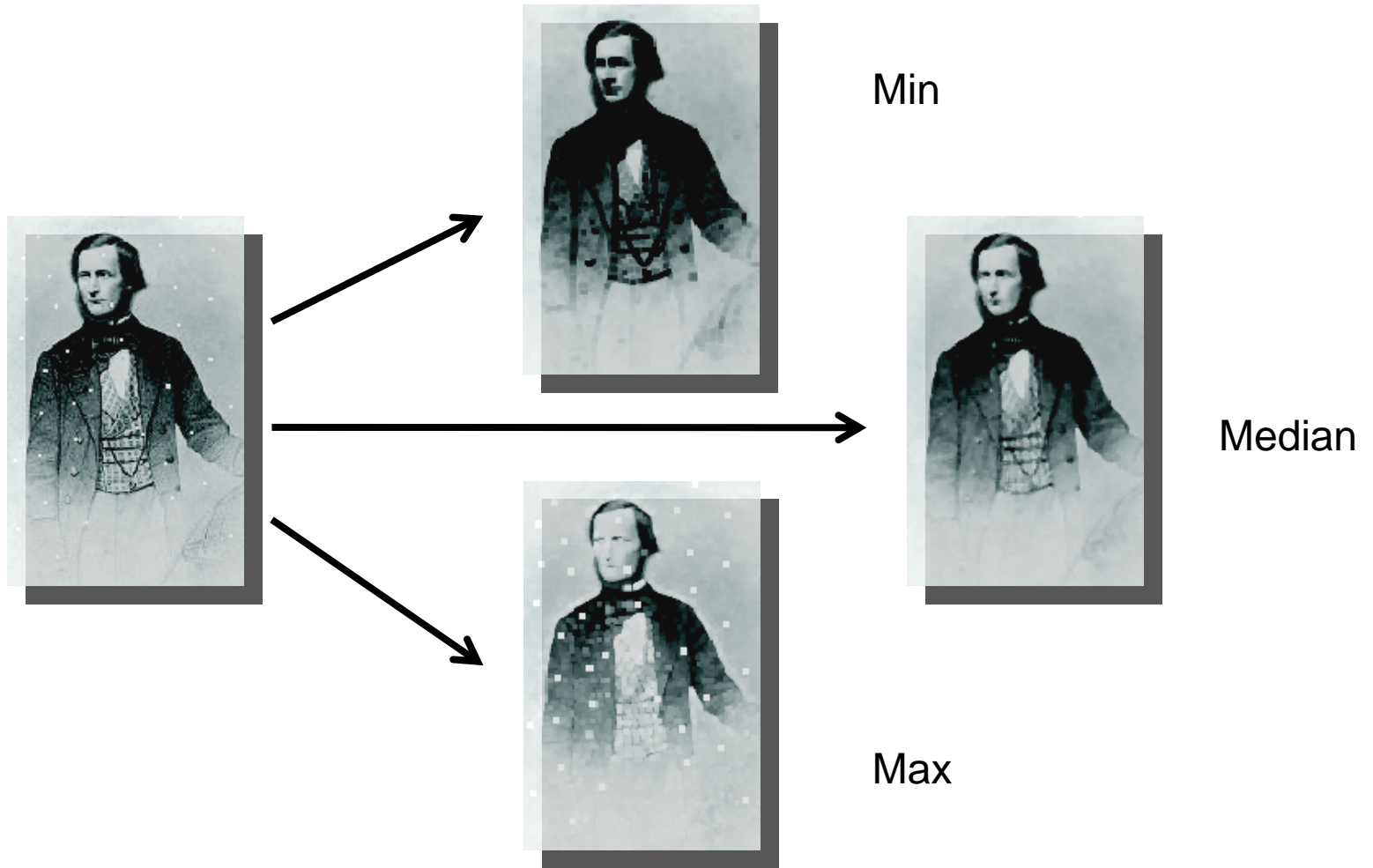
# Medianoperation

$$g_A(i, j) = g \left[ \frac{N}{2} \right]$$

ganzzahliger Teil

- Entfernt punktförmige Gebilde (hohe bzw. sehr niedrige Grauwerte) ohne ein unscharfes Bild zu erzeugen
- hat gegenüber dem Tiefpassfilter folgende Vor- und Nachteile:
  - + im Ausgabebild entstehen keine neuen Grauwerte
  - + Kanten bleiben schärfer erhalten
  - - dünne Linien können ganz verschwinden

# Rangfolgeoperationen



## 2.3.8 Auffinden von Eckpunkten

# Harris – Operator

$$\bar{A} = H^G * A = (\bar{a}(i, j)) \quad \bar{B} = H^G * B = (\bar{b}(i, j)) \quad \bar{C} = H^G * C = (\bar{c}(i, j))$$

lokale Strukturmatrix

Gaußoperation

$$\bar{m}(i, j) = \begin{pmatrix} \bar{a}(i, j) & \bar{c}(i, j) \\ \bar{c}(i, j) & \bar{b}(i, j) \end{pmatrix}$$

# Eigenwerte

$$\lambda_{1,2} = \frac{\text{spur}(\bar{m})}{2} \pm \sqrt{\frac{\text{spur}(\bar{m})^2}{4} - \text{det}(\bar{m})}$$

$$\text{spur}(\bar{m}) = \bar{a} + \bar{b}$$

Falls beide Eigenwerte bei  $(i,j)$  größer als Null sind, deutet dies auf einen Eckpunkt an der Stelle hin

# Harris Detektor

- davon ausgehend betrachtet der Harris Detektor die Funktion

$$Q(i, j) = \det(\bar{m}(i, j)) - \alpha \cdot (\text{spur}(\bar{m}(i, j)))^2$$

- Falls  $Q(i, j) > T$ , liegt ein Kandidat für einen Eckpunkt vor ( $T \approx 25000$ )
- Für  $\alpha$  kann man  $0.05$  wählen