

Seminar 'Mathematik für Chemiker'

2.Übung: Differential- und Integralrechnung von Funktionen mit einer Variable

Aufgabe 1: Differentiation von Funktionen

Bilden Sie von den angegebenen Funktionen $f(x)$ jeweils die erste Ableitung $\frac{d}{dx}$ und von den Funktionen in Teilaufgabe a) bis f) zusätzlich die zweite Ableitung $\frac{d^2}{dx^2}$!

- a) $f(x) = x^4 - \frac{1}{6}x^3 + 5x$ b) $f(x) = a \cdot \sin(kx) + b \cdot \cos(kx)$ c) $f(x) = a \cdot e^{ikx} + b \cdot e^{-ikx}$
d) $f(x) = e^x$ e) $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ f) $f(x) = x \cdot e^{-tx+1}$
g) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$

Aufgabe 2: Bestimmung lokaler Extrempunkte

Untersuchen Sie die Funktion aus Aufgabe 1 f) auf lokale Extrempunkte ($t > 0$)!

Aufgabe 3: Integrationstechniken

Bestimmen Sie jeweils die unbestimmten Integrale $\int f(x) dx$ mittels einfacher Integrationsregeln, Integration durch Substitution oder partieller Integration.

- a) $f(x) = \frac{(x^2-1) \cdot (x^2-4)}{x^2}$
b) $f(x) = x \cdot \ln x$
c) $f(x) = x \cdot e^{x^2-3}$
d) $f(x) = x^2 \cdot e^{-tx}$

Bestimmen Sie für a) auch die Fläche, die $f(x)$ mit der positiven x-Achse vollständig einschließt.

Ansatz der partiellen Integration: $\int (u(x) \cdot v'(x) dx) = u(x) \cdot v(x) - \int (u'(x) \cdot v(x) dx)$

Aufgabe 4: Normierung von Funktionen

Bestimmen Sie jeweils die Normierungskonstante N , für die gilt:

$$\int_a^b [f(x)]^2 dx = 1 \quad (1)$$

- a) $f(x) = N \cdot x \cdot e^{-\frac{1}{4}x}$ $a = 0; b = \infty$ (*Hinweis:* siehe 3d)
b) $f(x) = N \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{L} \cdot x\right)$ $a = 0; b = L$ (*Hinweis:* $n \in \mathbb{N}$; Integral: siehe Gleichung (2))

$$\int \sin^2(tx) dx = \frac{1}{2t}(tx - \sin(tx)\cos(tx)) \quad (2)$$