Übung 3:
Bewertung von Aktien; Renditen von Anleihen - Lösung

1. a) $D_1 = 5$, $P_1 = 110$, $P_0 = \frac{110+5}{1{,}04} = 105,77$
b) (1) $P_0 = \frac{D}{i} = \frac{2{,}50}{0{,}12} = 20,83$, (2) $P_0 = \frac{2{,}50}{0{,}08} = 31,25$, (3) $P_0 = \frac{2{,}50}{0{,}04} = 62,50$
Je risikoscheuer, desto größere Risikoprämie wird erwartet, desto höher der verwendete Zinssatz, desto niedriger der Barwert, desto vorsichtiger die Kaufentscheidung.

c) $g = 0,03$, $P_0 = \frac{D_1}{i-g} = \frac{2{,}50}{0{,}06-0{,}03} = 83,33$

2. *Intrashop-AG:*
$P = 0,4 \cdot 0,6 \cdot (\frac{1}{1{,}10} + \frac{1{,}06}{1{,}10^2} + \frac{1{,}06^2}{1{,}10^3} + \frac{1{,}06^3}{1{,}10^4}) + \frac{0{,}35 \cdot 0{,}6}{0{,}10 \cdot 1{,}10^4} = 2,26$ (überbewertet)
Muppets-AG: $P = \frac{0{,}80 \cdot 0{,}70}{0{,}10-0{,}06} = 14$ (korrekt bewertet)
Megabell-AG:
$P = 1,20 \cdot 0,40 \cdot ((\frac{1}{1{,}10} + \frac{1{,}08}{1{,}10^2} + \frac{1{,}08^2}{1{,}10^3} + \frac{1{,}08^3}{1{,}10^4}) + \frac{1{,}08^3}{1{,}10^4}(\frac{1{,}07}{1{,}10} + \frac{1{,}07^2}{1{,}10^2}) + \frac{1}{1{,}10^6}\frac{1{,}06 \cdot 1{,}07^2 \cdot 1{,}08^3}{0{,}10-0{,}06}) = 12,85$
(leicht überbewertet)

3. DDM: $P = 0,60\ (0.0376 - c)^{-1} = 24.39$, $c = 0.01299975$. Vorjahr: $P = 1.5\ (0.0487 - c)^{-1} = 27.75$, $c = -0.00535405$. Hier gibt das DDM eine negative Lösung, d.h. das vorausgesetzte Wachstum ist größer als die Rendite. Die Formel der ewigen Rente ist dann nicht anwendbar. Betrachten wir den Barwert einer Rente mit Dynamisierung über 30 Jahre, so hat man $B_{n,w}^{nach} = r \cdot \frac{1-(\frac{1+w}{1+i})^n}{i-w}$ Mit $i = 0.0487$, $n = 30$, $P = 27,75$ ergibt sich eine Gleichung, aus der $w = 0,0148$ z.B. mit Newton ermittelt werden kann.

4. a) $i_c = \frac{p}{P} = \frac{8}{110} = 0,0727 = 7,27\%$ b) $i_{simple} = \frac{p+\frac{R-P}{n}}{P} = \frac{8+\frac{102-110}{9}}{110} = 6,46\%$

c) $110 = \frac{1}{q^n}\left(p \cdot \frac{q^n-1}{q-1} + R\right) = \frac{1}{q^9}\left(8 \cdot \frac{q^9-1}{q-1} + 102\right)$
$\Longrightarrow \quad 110(q^{10} - q^9) - 8(q^9 - 1) - 102(q - 1) = 0$
Mittels Newtonverfahren (oder anderem numerischen Verfahren) erhält man $i = 6,66\%$.

d) $R = 104$, $n = 5 \quad \Longrightarrow \quad 110 = \frac{1}{q^5}\left(8 \cdot \frac{q^5-1}{q-1} + 104\right)$
Nach Umformung und mittels numerischem Näherungsverfahren ergibt sich $i = 6,31\%$ (yield-to-call). Dies ist die gesicherte Rendite (für die ersten 5 Jahre) im Falle des Rückkaufs durch den Emittenten.
Yield-to-worst $= \min\{6,31\%; 6,66\%\} = 6,31\%$ (garantierte Rendite für 5 Jahre).

6. a) $P = 98,69$, $R = 100$, $i = \frac{R-P}{P \cdot t}$ (t – Anteil an Zinsperiode)
(1): act=1.8.–15.5. =78, $t = \frac{78}{360}$
(2): 30/360: $T = (m_2 - m_1) + 30(n_2 - n_1) = 76 \implies t = \frac{76}{360}$
Damit ergibt sich: (1) $i_e = 0,06126 = 6,126\%$, (2) $i_e = 0,06288 = 6,288\%$.

b) $i_e = \frac{R-P+p \cdot \frac{T-T_1}{360}}{\left(P+p \cdot \frac{T_1}{360}\right) \cdot \frac{T-T_1}{360}} = \frac{100-99{,}975+6 \cdot \frac{105-60}{360}}{\left(99{,}975+6 \cdot \frac{60}{360}\right) \cdot \frac{105-60}{360}} = 6,140\%$.

c) Hier: Umrechnung der Effektivzinsrate für die Basisperioden 360 und 365:
$i_{365} = \frac{R-P}{P \cdot \frac{T}{360}} = x \cdot i_{360} = x \cdot \frac{R-P}{P \cdot \frac{T}{360}} \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{365}{360}$, also: $i_{365} = \frac{365}{360} \cdot i_{360}$.

5. Erste Schätzung könnte so gehen: Wenn die Anleihe zu par notiert, wären Rendite und Kupon 10% und damit der current yield nicht 9% sondern 10%. Bei Kurs 100 und Kupon 9% wäre der current yield zwar 9%, die Rendite aber unter 10%. Ein Kupon zwischen 9% und 10% gibt eine eine Notation unter par, aber auch einen current yield über 9%. Also Vermutung: Kupon kleiner 9 und Notation unter par.
Überschlag unter Benutzung der Kursformel, wobei $P = \frac{p}{0{,}09}$ eingesetzt wird.
$\frac{100}{9}\,p = 10.0\,p - 10.0\,\frac{p}{1.1^n} + \frac{100}{1.1^n}$ ergibt für jedes n Kuponwerte unter 9%.

7. Tag der Kreditaufnahme: $1000 = \frac{520}{(1+\frac{3}{12})} + \frac{529}{(1+\frac{9}{12})}$; $i = 0,098738$.
Tag der letzten Rate:$1000 \cdot (1 + \frac{9}{12}) = \frac{520}{(1+\frac{6}{12})} + 529$; $i = 0,100$.
geometrische Verzinsung: $1000 = \frac{520}{(1+i)^{\frac{3}{12}}} + \frac{529}{(1+i)^{\frac{9}{12}}}$, $\quad 1000 \cdot (1+i)^{\frac{9}{12}} = 520\,(1+i)^{\frac{6}{12}} + 529$; $i = 0,10058$ in beiden Fällen.

8. a) $n = 10$, $R = 100$, $P = 60$

jährlich: $i_e = \sqrt[n]{\frac{R}{P}} - 1 = \sqrt[10]{\frac{100}{60}} - 1 = 5,241\%$
halbjährliche Zinsverrechnung bedeutet, einen Kupon so zu zahlen, dass die obige Jahresrendite herauskommt: $i_e = 2 \cdot \left(\sqrt[2n]{\frac{R}{P}} - 1\right) = 5,174\%$ (p.a.)
kontinuierlich: $R = Pe^{i^* n} \quad \Longrightarrow \quad i^* = \frac{1}{n} \cdot \ln \frac{R}{P} = 5,108\%$ bzw. $i^* = \ln(1+i) = \ln 1,05241 = 5,108\%$ (denn: $\ln\left(1 + \sqrt[n]{\frac{R}{P}} - 1\right) = \ln\left(\frac{R}{P}\right)^{1/n} = \frac{1}{n} \cdot \ln \frac{R}{P}$)

b) jährlich: $90 = \frac{6}{q} + \frac{106}{q^2} \quad \Longrightarrow \quad q^2 - \frac{1}{15}q - \frac{106}{90} = 0 \quad \Longrightarrow \quad q_1 = 1,1190998$ ($q_2 < 0$ entfällt), also $i_e = 11,91\%$

halbjährlich: $w = 1,1191$ (siehe oben), $q = \sqrt{w} = 1,0578751$ (entspricht 5,7875 % pro Halbjahr), $i_e = 2(\sqrt{w} - 1) = 11,575\%$ (p.a.)

c) Halbjahr als Periode, Zahlungen 3, 3, 3, 103 $\quad \Longrightarrow \quad 90 = \frac{1}{q^4}\left(3 \cdot \frac{q^4-1}{q-1} + 100\right)$

Mittels Newton-Verfahren berechnet man $q_{halbj.} = 1,0588$, woraus sich $q = 1,121$, d.h. $i = 12,10\%$ (p.a.) ergibt.

Bemerkung: Die Rendite ist hier etwas größer als in b), da die Gesamtzahlungen zwar gleich sind, die Zahlungen aber teilweise eher erfolgen.

9: $p = 5,75$, $N = 100$ Termine: 2.4. bzw. 4.10.
$S = t \cdot \frac{p}{100} \cdot N = 5,75t$, wobei $t = \frac{T}{Basis}$

a) 30/360: $T = (m_2 - m_1) + 30(n_2 - n_1) = (4-2) + 30(10-4) = 182$, $S = 2,91$

b) act/360: $T = 185$, $S = 2,95$

c) act/act: $T = 185$, Basis 365, $t = \frac{185}{365}$, $S = 2,91$; würde die Betrachtung ein Jahr eher erfolgen, wäre die Basis 366, aber weiterhin $S = 2,91$.