**Mathematik des Investment Banking - Sommersemester 2011**
**Prof. Dr. Luderer**

# Übung 2: Klassische Finanzmathematik

**Rentenrechnung, Kursrechnung**

1. Welcher Endwert nach einem Jahr ergibt sich, wenn man monatlich (vorschüssig bzw. nachschüssig) einen gleichbleibenden Betrag $r$ spart?

2. a) Ein Bürger zahlt jährlich 4.800 € auf ein Konto ein, das mit 3,25 % verzinst wird. Welcher Betrag ergibt sich am Ende des 5. Jahres, wenn die Einzahlungen jeweils (1) zu Jahresbeginn, (2) am Jahresende erfolgen?

   b) Was ergibt sich, wenn stattdessen monatlich 400 € eingezahlt werden?

3. Ein 60jähriger Mann erhält von einer Rentenkasse folgendes Angebot: Wenn er bis zum 65. Lebensjahr monatlich 100 Euro steuerfrei anlegt, kann er auf eine monatlich garantierte Altersrente von 30 Euro rechnen. Unter Berücksichtigung einer Gewinnbeteiligung sind es sogar 37 Euro. Es werde von einem Grenzsteuersatz von 27% ausgegangen. Die durchschnittliche Lebenserwartung einen 60jährigen Mannes beträgt etwa 20 Jahre.

   a) Lohnt sich das Angebot bei einem Kalkulationszins von 4,5 %, wenn die Rente über 15 Jahre gezahlt wird und die Steuerersparnis außen vor bleibt?

   b) Welche Rente wäre mit den getätigten Einzahlungen finanzmathematisch korrekt?

   c) Wie lange müsste man 30 €/Monat Rente beziehen, damit sich das ursprüngliche Angebot lohnt?

   d) Ist das Angebot unter Berücksichtigung der Steuerersparnis vorteilhaft, wenn man sein Geld zu 4,5 % anderweitig anlegen kann? Berechnen Sie dazu die Rendite?

4. Der Vorstand der Sitty-Bank bietet der Malade-GmbH einen Kredit über EUR 1.000.000 an; sie erwartet an Zins und Tilgung p.a. EUR 223.000 für 6 Jahre. Die Folgsbank als heftiger Konkurrent bietet die Kondition: Annuität EUR 193.000, aber dafür 8 Jahre Laufzeit. Welches Angebot sollte man annehmen?

5. Welchen Betrag muss man heute (am Anfang eines Jahres) auf dem Konto haben, wenn man bei 3,5 % jährlicher Verzinsung über 6 Jahre (1) am Ende, (2) am Anfang jedes Jahres 2.000 € abheben will und am Ende der Kontostand gerade Null sein soll?

6. Aus einem Leserbrief an ein Fondsjournal: „Sie berichten über deutsche Aktienfonds, die in den vergangenen 10 Jahren einen Gewinn von 230 Prozent erzielten. Andererseits berichten Sie über Vermögensbildung mittels deutscher Aktienfonds durch regelmäßiges Sparen von 100 € im Monat, was nach 10 Jahren auf 23.255 €führte. Habe ich in der Schule richtig zu rechnen gelernt? Die Einzahlungen betragen $100 \times 12 \times 10 = 12.000$ €, so dass ein Gewinn von 11.255 € verbleibt, was „nur“ 93,7 % entspricht. Dr. XXX, Gifhorn“ Hat Herr Dr. XXX recht?

7. A räumt dem B ein Wegerecht auf alle Zeiten ein. B muss dafür unbegrenzte Zeit dem A am Ende eines jeden Jahres 1.000- € zahlen. Wie hoch müsste der Betrag sein, durch dessen einmalige Zahlung der B seine Zahlungsverpflichtung sofort für alle Zeiten in voller Höhe abdecken könnte, wenn mit 4% (7%) Kalkulationszins gerechnet wird?

8. a) Wie hoch muss ein Kapital sein, wenn eine (1) zu Anfang, (2) am Ende jeden Jahres zahlbare ewige Rente von 1.800 € bei einem Zinssatz von 6% sichergestellt werden soll?

   b) Wie groß muss der Betrag bei nachschüssiger Zahlung sein, wenn die Rente jährlich um 4% erhöht werden soll?

9. Jemand habe 25.000- €Ḃei welchem Jahreszins kann er mit diesem Kapital eine ewige Rente von jährlich-nachschüssig je 1.500- € finanzieren, wenn dabei 2,3 % Inflationsausgleich berücksichtigt werden sollen?

10. Jemand hatte zum 1.1.1977 zehn Aktien mit einem Nennwert von 1.000- DM je Aktie gekauft und hierfür 15.000- DM gezahlt. Die AG zahlte bis zum Jahre 1981 keine Dividende, für die Jahre 1982 bis 1986 jeweils 6 % (vom *Nenn*wert) und für die Jahre 1988 - 1991 jeweils 8 %. Im Jahr 1987 wurden eine Dividende und ein Bonus von insgesamt 18 % gezahlt. Dividenden und Bonus wurden jeweils am Jahresende ausgeschüttet. Der Aktienkurs am 31.12.1991 betrug 104 je 50-DM-Aktie. Der Aktionär wollte am 31.12.1991 wissen, ob eine Kapitalanlage auf einem Sparkonto bei 5 % jährlichen Zinsen günstiger gewesen wäre. Er unterstellte dabei, dass er Dividenden und Bonus zu 5 % angelegt hat, und er vernachlässigte mit dem Aktienkauf verbundenen Gebühren. Überprüfen Sie die Vorteilhaftigkeit des Aktienkaufs durch Barwertvergleich.

11. Eine Geldanlage von 1.000 € über 10 Jahre bringt jährlich 70 € Zinsgutschrift ein und hat nach der US-Methode eine Rendite von 7,21 %. Wie muss der Verkaufskurs festgesetzt werden, damit bei gleichen Bedingungen die Rendite 7,40 % beträgt? Wie ist der Kurs bei halbjährlichen Zinszahlungen von 35 €?

12. Welchen Kurs hat eine endfällige Anleihe mit einer Restlaufzeit von 8 Jahren und einem Kupon von 6%, die zum Nominalwert zurückgezahlt wird, wenn der Marktzinssatz 5% beträgt und die Anleihe fair bewertet ist?

13. Welche Rendite besitzt eine Anleihe mit Restlaufzeit von 8 Jahren, Nominalzinssatz 6% und Kurs von 98?

14. Bei der Anleihe aus Aufgabe 9 steige der Marktzinssatz von 5% auf 5,05% an. Wie wirkt sich das auf den Kurs aus? (1) Näherungsweise Aussage mittels Differentialrechnung, (2) exakte Berechnung zum Vergleich.

15. Bei der Anleihe aus Aufgabe 10 ändere sich der Kurs von 98 auf 99. Wie wirkt sich das auf die Rendite der Anleihe aus? (1) Näherungsweise Aussage mittels Differentialrechnung, (2) exakte Berechnung zum Vergleich.

16. Der Kurs der Aktie X fällt um $s\%$. Um wie viel Prozent muss der Kurs der Aktie wieder steigen, damit der alte Stand wieder erreicht wird? (Speziell $s = 5$, $s = 10$, $s = 20$, $s = 50$)