Mathematik des Investment Banking **Sommersemester 2011**
Prof. Dr. Luderer

Übung 1: Klassische Finanzmathematik

Einfache Verzinsung, Zinseszinsrechnung, unterjährige und kontinuierliche Verzinsung

1. Wie viel ist ein Kapital von $K_0 = 6000$ € in 10 Monaten bei einer jährlichen Verzinsung von 3,25 % wert? Rechnen Sie für die Usancen 30/360 und 30/365.

2. Ein Schuldner muss in 8 Monaten 5000 € und nach weiteren 3 Monaten (also von heute an in 11 Monaten) 6000 € zurückzahlen. Wie groß ist die Gesamtschuld am heutigen Tag, wenn mit einer jährlichen Verzinsung von 6 % gerechnet wird? Rechnen Sie für die Usancen 30/360 und 30/365 und linearer Verzinsung.

3. Ein Computerlieferant gewährt der TU Chemnitz 3% Skonto bei Zahlung innerhalb der ersten 14 Tage. Danach ist der volle Betrag zu zahlen. Die Zahlungsfrist beträgt vier Wochen. Zu welchem Zinssatz müsste man sein Geld anlegen, damit beide Zahlungsweisen gleichwertig sind?

4. Ein Wechsel über 30.000 € wird 9 Monate vor Fälligkeit zur Diskontierung eingereicht. Eine Bank nimmt den Wechsel an und verlangt 6 % des nominellen Wechselbetrags als Diskont (kaufmännische Diskontierung). Welchen Effektivzins entspricht diese Verfahrensweise und welcher Betrag wird ausgezahlt?

5. Beim Verkauf eines Gebrauchtwagens werden dem Verkäufer zwei Angebote gemacht. Beim ersten Angebot werden 4000 € in 3 Monaten und weitere 6000 € in 9 Monaten nach Vertragsabschluss gezahlt, beim zweiten Angebot zahlt der Käufer 5200 € in 2 Monaten und 4700 € in 8 Monaten.

   a) Welches der beiden Angebote ist günstiger bei Verwendung eines Kalkulationszinssatzes von 10% bzw. 3 %?
   b) Bei welchem Zinssatz sind beide Angebote äquivalent?
   c) Ergeben sich Unterschiede, je nachdem ob man als Vergleichszeitpunkt den Kauftag oder den Tag der letzten Rate wählt? Ist Zinseszinsrechnung immer günstiger als einfache Verzinsung?

6. Wie erst kürzlich bekannt wurde, legte August der Starke, Kurfürst von Sachsen, anlässlich seiner Krönung zum König von Polen im Jahre 1697 bei der Dresdner Hofbank 1000 Geldeinheiten (Taler) zu 3 % p.a. an. Über welches Kapital können seine Erben im Jahre 2007 verfügen, wenn mit gleichbleibendem Zinssatz und a) einfachen Zinsen, b) Zinseszinsen gerechnet wird?

7. Jemand erwirbt Finanzierungsschätze des Bundes, die eine Laufzeit von 3 Jahren sowie eine Rendite von 3,25 % aufweisen, im Nominalwert von 2000 € (d.h., Auszahlung von 2000 € in 3 Jahren). Wie viel hat er dafür zu zahlen?

8. a) In welcher Zeit verdoppelt sich ein Kapital bei 3 %, 5 %, 8 % bzw. 10 % Verzinsung p.a.?
   b) Man gebe eine Näherungsformel an, die es erlaubt, die Rechnung im Kopf durchzuführen.

9. Ein Kapital werde jährlich mit 6 % verzinst.

   a) Welcher Endwert ergibt sich bei jährlicher, halbjährlicher, quartalsweiser, monatlicher bzw. Augenblicksverzinsung, wenn jeweils der relative unterjährige Zinssatz für die kurzen Perioden verwendet wird?
   b) Welche (jährliche) Effektivverzinsung entspricht den obigen Arten der unterjährigen Verzinsung bzw. – im Falle der stetigen Verzinsung – welche Zinsintensität erhält man?
   c) Man gebe die äquivalenten(konformen) Zinsraten an!

10. Jemand legt 5.000.- € bei einer Teilzahlungsbank an, die ihm einen effektiven Jahreszins von 6 % verspricht. Der Anleger vereinbart mit der Bank monatliche Auszahlung und Wiederanlage der Zinsen.
    a) Wie hoch ist das Kapital des Anlegers bei der angeführten Verzinsung nach Ablauf von 5 Jahren?
    b) Wie hoch ist der konforme Monatszinssatz? Berechnen Sie mit diesem das Kapital des Anlegers bei der entsprechenden monatlichen Verzinsung nach Ablauf von 5 Jahren?
    c) Welches Endkapital ergibt sich nach 5 Jahren, wenn man mit dem relativen unterjährigem Zinssatz rechnet? Welcher effektive Jahreszins liegt zugrunde?

11. Gegeben sind die folgenden Zerobond durch Laufzeit und Kurs:
    A(0,5 Jahre, 97,09), B(1 Jahr, 94,22), C(1,5 Jahre , 91.39),D(2 Jahre, 88,60).

    a) Man berechne die (laufzeitabhängigen) Renditen (spot rates) dieser Papiere.

    b) Man berechne die Halbjahresrenditen und die halbjährlichen Diskontfaktoren.

    c) Mit den obigen Spotrates bewerte man einen Bond mit einer Nominalverzinsung von 8,5% p.a., einer Rückzahlung von 100 und einer Laufzeit von 2 Jahren.